Hva har vi lært så langt? TFE4120-2018 29/1-18

Gradient: $\nabla V = \left[\frac{\partial V}{\partial x}, \frac{\partial V}{\partial y}, \frac{\partial V}{\partial z}\right]$

Divergens: $\operatorname{div}\vec{A} = \lim_{\Delta v \to 0} \frac{\oint_S \vec{A}\cdot d\vec{s}}{\Delta v} = \nabla\cdot\vec{A}$

Curl: $(\operatorname{curl}\vec{A})_x = \lim_{\substack{\Delta S \to 0 \\ \perp \text{plan}}} \frac{\oint_C \vec{A}\cdot d\vec{\ell}}{\Delta S} = \nabla\times\vec{A}$

Divergensteoremet: $\boxed{\oint_S \vec{A}\cdot d\vec{S} = \int_v \nabla\cdot\vec{A}\,dv}$

Stokes teorem: $\boxed{\oint_C \vec{A}\cdot d\vec{\ell} = \int_S \nabla\times\vec{A}\cdot d\vec{S}}$

$\boxed{\nabla^2 V = \nabla\cdot(\nabla V)}$ $\boxed{\nabla^2\vec{A} = \nabla(\nabla\cdot\vec{A}) - \nabla\times(\nabla\times\vec{A})}$

Konservativt felt hvis: $\vec{A} = -\nabla V$

$\Rightarrow \boxed{\oint_C \vec{A}\cdot d\vec{\ell} = 0} \iff \int_A^B \vec{A}\cdot d\vec{\ell} = \int_B^A \vec{A}\cdot d\vec{\ell}$

ELEKTROSTATIKK:

Coulombs lov: $\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qQ}{R^2}\cdot\hat{R}$ (2.1), $\hat{R} = \frac{\vec{R}}{R}$, $\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12}\ C^2/Nm^2$ (2.2) ← permitiviteten i vakuum

$(q_P = -q_e = 1{,}6\cdot 10^{-19}C)$ elektron/proton ladning.

Elektrisk felt: $\vec{E} = \lim_{q\to 0}\frac{\vec{F}}{q}$ (2.10)

Skalarpotensial: $V_A = \int_A^{\text{ref}} \vec{E}\cdot d\vec{\ell} = \frac{W_{A\to\text{ref}}}{q}$ (2.19)

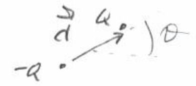
Potensial fra en punktladning: (ref i ∞)

$\boxed{V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R}}$ (2.27)

Spenning = potensialforskjell: $V_{AB} = V_A - V_B = \int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{\ell}$ (2.20)

For elektrostatiske felt: $\boxed{\vec{E} = -\nabla V}$ (2.35)

Elektrisk dipol:



dipolmoment: $\vec{p} = Q\vec{d}$ (2.41)

Potensial: $V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{p}\cdot\hat{r}}{r^2}$ (2.40)

Felt: $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{3(\vec{p}\cdot\hat{r})\hat{r} - \vec{p}}{r^3}$ (2.43)

Gauss' lov: $\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{s} = \frac{Q_{tot}}{\varepsilon_0}\left(= \int_V \nabla\cdot\vec{E}\,dv\right)$ (2.49 + 2.50)

I et dielektrisk medium: $\vec{P} = \varepsilon_0\chi_e\vec{E}$ (2.73)

Elektrisk flukstetthet: (forskyvning, $\vec{D}$-felt) $\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}$ (2.71) ↳ elektrisk susceptibilitet

$= \varepsilon_r\varepsilon_0\vec{E} = \varepsilon\vec{E}$ relativ- og absolutt permitivitet

$\varepsilon_r = 1 + \chi_e$

$\varepsilon_r = 1+\chi_e$

⇒ Gauss' lov:

$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = Q_{fri}$ (2.72)

Gauss' lov på diferensiell form.

MAXWELL #3: $\nabla\cdot\vec{D} = \rho(x,y,z)$ (2.76)

MAXWELL #1: $\nabla\times\vec{E} = 0$ (statisk) (2.77)

På grenseflaten mellom to dielektriske medier: $\boxed{E_{t1} = E_{t2}}$ (2.94) $\boxed{D_{1n} - D_{2n} = \rho_s}$ (2.95)

Både $\vec{E}$ og $\vec{D}$ endrer størrelse og retning over grenseflaten, men $\vec{E}_1 \parallel \vec{D}_1$ og $\vec{E}_2 \parallel \vec{D}_2$:)

I lineært og homogent medie oppfyller skalarpotensialet

Poisson's ligning: $\boxed{\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\varepsilon}}$ (2.97)

Hvis det i tillegg er ladningsfritt oppfyller det Laplace' ligning $\boxed{\nabla^2 V = 0}$ (2.98)

Hva har vi lært så langt? TFE4120 - 2018 12/2-18

Poisson's ligning: $\boxed{\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\varepsilon}}$, Lineært & homogent medium

Laplace' ligning: $\boxed{\nabla^2 V = 0}$, ladningsfritt rom

Entydighetsteoremet: V_1 og V_2 oppfyller Poisson's ligning innenfor S og har samme grenseverdi på S $\Rightarrow V_1 = V_2$

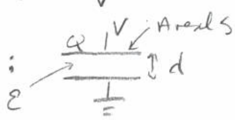
$\Rightarrow$ Speilladningsmetoden

Ideelle ledere:

1) $\vec{E} = 0$ inni lederen
2) $\rho \to \rho_s$ all fri ladning vil være overflateladning
3) $V_{AB} = 0$ på en leder $\Rightarrow$ hele lederen er ~~et~~ ekvipotensial volum
4) $\vec{E} \perp$ overflaten av en leder
5) Utenfor lederen: $\rho_s = D_n = |\vec{D}|$

Kapasitans: $\boxed{C = \frac{Q}{V}}$ $[C] = \frac{C}{V} = F$ ← farad

Paralellplatekondensator:



$\boxed{\vec{E} = -\frac{V}{d}\hat{z}}$ $\boxed{C = \frac{\varepsilon S}{V} d}$

Kretsligning for en kondensator: $\boxed{I = \frac{dQ}{dt} = C\frac{dV}{dt}}$

Paralellkobling av kondensatorer: $C = C_1 + C_2 + \ldots + C_n$

Seriekobling ——— " ———: $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_n}$

Energi i en kondensator: $\boxed{W = \frac{1}{2}CV^2}$

Energitetthet: elektrisk felt: $\boxed{w_e = \frac{1}{2}\vec{D}\cdot\vec{E} = \frac{1}{2}\varepsilon E^2}$ isotropt medium

Strømtetthet: $\vec{J} = Nq\vec{v}_q$

Strøm

$$I = \frac{Q}{T} = \frac{dQ}{dt} = \int_S \vec{J}\cdot d\vec{S}$$

Elektrisk ledningsevne: σ = konduktivitet, ρ = resistivitet

Ohm's lov: $\vec{J} = \sigma\vec{E}$

Energitap p.g.a strøm i ledende materiale: $p_J = \vec{J}\cdot\vec{E}$ (pr volum)

= Ohmsk / Joulsk tap

Resistans: $R = \frac{V}{I}$ $\Rightarrow$ Effekttap i en resistans: $P = VI = RI^2 = \frac{V^2}{R}$

Ladningsbevarelse $\Rightarrow$ $\oint_S \vec{J}\cdot d\vec{S} = -\int_V \frac{d\rho}{dt}\, dv$

$$\nabla\cdot\vec{J} = -\frac{d\rho}{dt}$$

I elektro-statikken er $\frac{d\rho}{dt} = 0$

Kirchhoff's strømlov:

$\Rightarrow \oint_S \vec{J}\cdot d\vec{S} = 0$