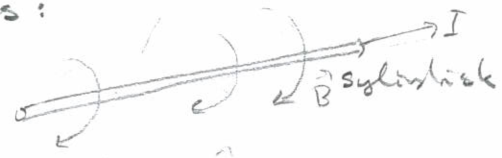
①

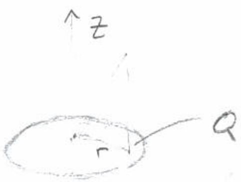
Vektoranalyse

Poeng: forstå hvordan vektorfelt / skalare felt oppfører seg, kan beskrives, kan analyseres.

Forskjellige koordinatsystemer er VERKTØY som dere kan bruke til å gjøre livet (regningen / logikken) så enkle som mulig.

Eks:





GRADIENT

Hvor raskt endrer et skalar felt seg?

$\vec E = \nabla V$

DIVERGENS

Hvor mye strømmer ut av et punkt?

$\nabla\cdot\vec D = \rho$ $\nabla\cdot\vec B = 0$ fluksen av $\vec A$ ut av den lukkede flaten S

DIVERGENSTEOREMET

$$\oint_S \vec A\cdot d\vec S = \int \nabla\cdot\vec A\, d\tau$$

CURL

Hvor mye sirkulerer et vektorfelt

$\nabla\times\vec H = \vec J + \frac{\partial\vec D}{\partial t}$ $\nabla\times\vec E = -\frac{\partial\vec B}{\partial t}$

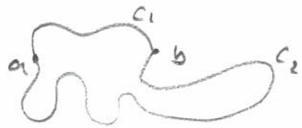
STOKES TEOREM

$$\oint_C \vec A\cdot d\vec l = \underbrace{\int_S \nabla\times\vec A\cdot d\vec S}_{\text{fluksen av curl gjennom flaten}}$$

Uttrykk gradient, div. og curl: riktig koordinatsystem ☺

Konservative felt har noen karakteristiske egenskaper

$\vec A = \nabla V$



$\int_a^b \vec A\cdot d\vec l$ = uavh. av veien

ELEKTROSTATIKK

Alt starter med Coulombs lov

$$\boxed{\vec{F} = \frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\hat{R}}, \quad R>0$$

- Hvor kommer denne fra?
- Karakteristiske "trekk" $\frac{1}{R^2}$, Qq vektor!, to fortegn mulig
- Superposisjon!
- Størrelsesordner ....

ELEKTRISK FELT

$$\vec{E} = \lim_{q\to 0} \frac{\vec{F}}{q}$$

"Fordi det er hendig"

→ gjelder fortsatt

Integrér over linjer, flater, volum avh av hva oppgaven spør etter.

- let etter symmetrier
- velg et hensiktsmessig koordinatsystem
- sjekk dimensjonen

$\vec{E}$ er KONSERVATIVT

⇒ Maxwell #1

SKALARPOTENSIALET

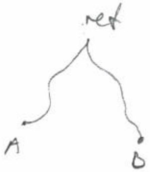
$$V_A = \int_A^{ref} \vec{E}\cdot d\vec{l}$$

└ ingen vektorer ⇒ veldig greit

SPENNING

= potensial forskjell mellom to punkter:

$$V_{AB} = V_A - V_B = \int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{l}$$



$$\vec{E} = -\nabla V$$

Finn V først, så $\vec{E}$!

GAUSS' LOV

Viste denne med utgangspunkt: Coulombs lov (feltet fra punktladning) + superposisjon + vektoridentiteter.

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

Hendig hvis vi kan finne symmetrier som forenkler integralet!

DIELEKTRISKE MEDIER

Materialer som har bundne ladninger som kan forskyve seg når de blir påtrykt et elektrisk felt.

De bundne ladningene gir opphav til en polarisering

P = sum av dipolmoment fra bunden ladning

Vi fant at (basert på en modell vi laget oss)

$$Q_{\text{bunden pol.ladn}} = -\oint_S \vec{P}\cdot d\vec{S}$$

⇒ GAUSS' LOV FOR MEDIER

$$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = Q_{\text{fri}; S}$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}$$

⇒ Maxwell #2

FOR LINEÆRE MEDIER

$\vec{P} \propto \vec{E}$ $\quad \vec{P} = \varepsilon_0 \chi_e \vec{E}$

⇒ $\vec{D} = \varepsilon\vec{E}$

DIELEKTRISK STYRKE

Feltstyrken som skal til for å ionisere et materiale

⇒ ioner → strøm → overslag → gnist

③

GRENSEBETINGELSENE FOR $\vec{E}$ og $\vec{D}$

Finnes fra → Gauss lov
→ Elektrostatisk felt er konservativt

POISSON'S - og LAPLACE' LIGNING

Finnes også fra Gauss' lov (FOR) Lineære og Homogene medier

$$\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\varepsilon} \qquad \rho = 0$$

⇒ også et hendig verktøy for å finne elektrisk potensial

Symmetrier er viktige!!

Hvis $\rho = 0$ er oppfylt: $\nabla^2 V = 0$

⇒ V har ingen MAX eller MIN punkt

⇒ ENTYDIGHETSTEOREMET

Hvis to funksjoner V_1 og V_2 begge tilfredsstiller Poisson's ligning innenfor en grenseflate (S) og ⇔ tilfredsstiller SAMME grensebetingelse på grenseflata

⇒ $V_1 = V_2$ innenfor S selv om de er forskjellige utenfor

⇒ SPEILLADNINGSMETODEN

• Q   • Q

V=0 ⇔ - - - - - -

               • −Q

nyttig for å finne potensial (i sjeldne tilfeller....)

IDEELLE LEDERE

1) $\vec{E} = 0$ inni
2) All ladning = flateladning
3) Er ekvipotensial flater
4) $\vec{E}/\vec{D}$ ALLTID ⊥ på overflaten (+ grense bet.)
5) $D_n = \rho_s$

⇒ FARADAYBUR

⟹ Samme potensial, små radier ⇒ sterkere feltstyrke
⇒ LYNAVLEDERE FUNKER!

KAPASITANS

"Evnen til et system til å lagre ladning (energi)"

+Q V $\mathcal{E}(\vec{R})$ $C = \frac{Q}{V}$

−Q V=0

KVALITATIVE BETRAKTNINGER

Større ledere ⇒ høyere C
Mindre avstander ⇒ høyere C

PARALLELLPLATEKOND ER ET NYTTIG EKS

$$C = \frac{\varepsilon_r \varepsilon_0 S}{d} \qquad \text{"P.P.K"}$$

ENERGI I EN KONDENSATOR

$$W = \frac{1}{2} C V^2$$

+ P.P.K

⇒ ENERGITETTHET I (P.P.K og) ELEKTRISKE FELT

$$w_e = \frac{1}{2} \vec{D} \cdot \vec{E} \quad \left(= \tfrac{1}{2} \varepsilon E^2\right)$$

ε lin

STRØM & STRØMTETTHET

└ ladning i bevegelse – elektroner
– ioner
– "hull"

└ $I = \frac{Q_s}{T} = \frac{dQ_s}{dt}$ ladning gjennom et flateareal

I et materiale:
driftshastighet til ladn.bærer q: $\vec{v}_q$

STRØMTETTHET: $\vec{J} = N_q \vec{v}_q$

└ antalls tetthet (# tetthet)

(4)

$$I = \int_S \vec{J}\cdot d\vec{S}$$

LEDNINGSEVNE

sammenhengen mellom (påtrykt) felt og strømtetthet i et ledende materiale

$\vec{J} = \sigma \vec{E}$ konduktivitet

Ohms lov

Ved å se på hvor mye energi som går med til å flytte på ladninger i et ledende materiale kan en regne ut effekttapet

⇒ JOULSK / OHMSK TAP

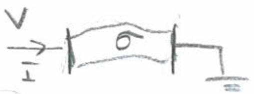
pr volum: $p_J = \vec{J}\cdot\vec{E}$

Det omvendte av ledningsevne er

RESISTIVITET $\rho = \frac{1}{\sigma}$

En mer hensiktsmessig makroskopisk størrelse er

RESISTANS



$$R = \frac{V}{I}$$

For materialer hvor Ohm's lov gjelder er

konstant!

Siden strøm er ladninger i bevegelse må fluks av strømtetthet ut av et volum henge sammen med endring av ladningstetthet i volumet:

LADNINGSBEVARELSE

$$\Rightarrow \oint_S \vec{J}\cdot d\vec{S} = -\int_V \frac{d\rho}{dt}\, dV$$

$$\nabla\cdot\vec{J} = -\frac{d\rho}{dt}$$

⑤

MAGNETOSTATIKK

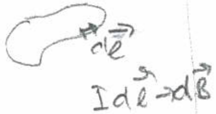
Kraft på en elektrisk ladning i bevegelse i et $\vec{B}$-felt:

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

BIOT-SAVART'S LOV:

Magnetisk flukstetthet fra en lukket strømsløyfe:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_C \frac{I\,d\vec{l} \times \hat{R}}{R^2}$$



... fra et volum med strømtetthet $\vec{J}$:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_v \frac{\vec{J}\cdot dv \times \vec{R}}{R^2}$$

Kraft på et lite ledningselement (selv om ikke det kan eksistere alene)

$$d\vec{F} = I\,d\vec{l} \times \vec{B}$$

LORENTZ KRAFTEN

Summen av elektriske og magnetiske krefter som virker på en testpartikkel i bevegelse:

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

MAGNETISK DIPOLMOMENT FOR EN STRØMSLØYFE

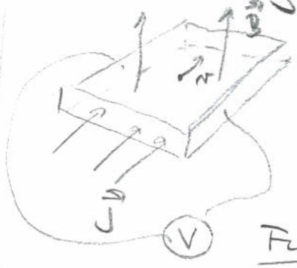
$$\vec{m} = I\vec{S}$$

Hvis denne befinner seg i et magnetfelt $\vec{B}$ virker det et DREIEMOMENT på den:

$$\vec{T} = \vec{m} \times \vec{B}$$

HALL EFFEKTEN

er en konsekvens av Lorentz kraften



⇒ Potensial-forskjell V gitt av B-felt og driftshast v

Fortegn på V avh. av fortegn på ladn. bærere

MAGNETISK FLUKS

$$\Phi_s = \oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0$$

Vi viste dette for felt som har opphav i strømmer via Biot-Savart's lov.

Eksperimentelle målinger viser at dette gjelder ALLTID

⇒ $\nabla\cdot\vec{B} = 0$ Maxwell # 4

⇒ "Magnetiske monopoler finns ikke"   L=kilder

⇒ Kan skrive $\vec{B}$ som $\vec{B} = \nabla\times\vec{A}$ hvor VEKTORPOTENSIALET $\vec{A}$

f.eks kan finnes fra B.S's lov:

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_v \frac{\vec{J}\cdot dv}{r}$$

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_C \frac{I\,d\vec{l}}{r}$$

Fra Biot-Savart's lov ++ kan vi finne AMPÉRE'S LOV (for konstante strømmer)

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \int_S \vec{J}\cdot d\vec{S} = \mu_0 I$$

Total strøm gjennom S

(6)

MAGNETISKE FELT I MATERIALER

Materialer kan ha en "iboende" magnetisering. Har sitt opphav i elektronspinn / "små strømmer"

Kan modelleres som sum av mange ~~fra~~ små magnetiske dipoler

$\vec{m} = I \cdot \vec{S}_m$

Hvis vi tar med alle disse kan vi fortsatt bruke Ampère's lov

Og hvis vi samler bidraget fra alle de små (modell) $\vec{m}$'ene i en makroskopisk magnetisering $\vec{M}$, kan vi skrive om Ampere's lov:

$$\oint_c \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S}$$

er nå "frie" strømmer

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$$

For LINEÆRE MATERIALER

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H}$$

$$\Rightarrow \vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} = \mu \vec{H}$$

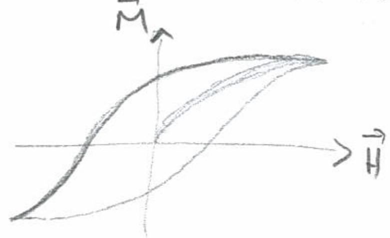
3 TYPER MAGNETISKE MATERIALER

Diamagnetiske $\mu_r < 1$

Paramagnetiske $\mu_r > 1$

Ferromagnetiske $\mu_r \gg 1$

└ ULINEÆR !!!



GRENSEBETINGELSER FOR $\vec{B}$ og $\vec{H}$ FINNES FRA

Ampere's lov (Maxwell #2) + Maxw #4

$\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$

P.g.a. grensebetingelsene + sammenligning av ligninger for elstat & magstat finner vi at

FERROMAGNETISKE MATERIALER OPPFØRER SEG SOM LEDERE FOR FLUKSLINJER

$\Longrightarrow$ KAN LAGE MAGNETISKE KRETSER

(7)

ELEKTROMOTORISK SPENNING

"alt som vil bidra som kilder i ~~tre~~ en krets og få ladnings-bærerne til å bevege seg rundt"
⇒ STRØM

$$e = \oint_{\text{krets}} (\vec{f} + \vec{E}) \cdot d\vec{l}$$

$\vec{f}$: eksternt kraft pr. ladning

Feks fra:

- Batteri ⇒ $e = V$
- Kretsen's bevegelse i et eksternt magnetfelt

Det viser seg

at det er en sammenheng mellom indusert elektromotorisk spenning (emf) i en krets og endring i magnetisk fluks gjennom kretsen

→ FARADAY'S INDUKSJONSLOV

$$e = \oint_C (\vec{f} + \vec{E}) \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt}\int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

Denne kan enkelt vises for fluksendring p.g.a deformasjon av en krets i et magnet felt

MEN

EKSPERIMENTER VISER AT $e = -\frac{d\Phi}{dt}$ gjelder ALLTID uansett hvorfor Φ endres!

FARADAY'S LOV PÅ DIFF.FORM

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{Maxwell \#3}$$

FOR EN SPOLE MED N VIKLINGER

Hvis fluks i én vikling er Φ_i er indusert emf for hele spolen:

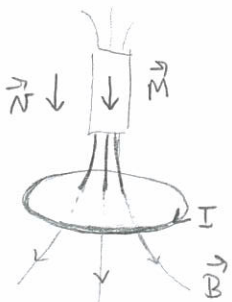
$$e = -\frac{d}{dt}\sum_N \Phi_i = -\frac{d\Phi}{dt}$$

Hvor Φ er TOTALFLUKS i spolen

I en KRETS

med spenningskilder (V_b) og totalt potensialfall over en rekke komponenter (V_{komp}) OG fluksendring får vi:

$$\sum \text{emf} = \underbrace{V_b}_{e \text{ fra spenningskilder}} \underbrace{- \frac{d\Phi}{dt}}_{\text{indusert } e \text{ p.g.a fluksendring}} = V_{komp}$$



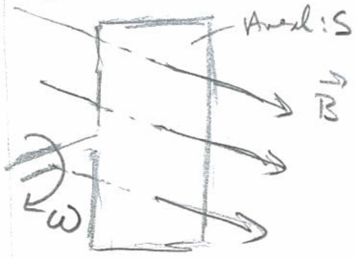
$$\Rightarrow -\frac{d\Phi}{dt} = RI$$
$$\Downarrow$$
$$I = -\frac{1}{R}\frac{d\Phi}{dt}$$

⇒ LENTZ' LOV

LENTZ' LOV

"Ledende sløyfer er konservative og liker ikke endring"

INDUSERT SPENNING I EN GENERATOR

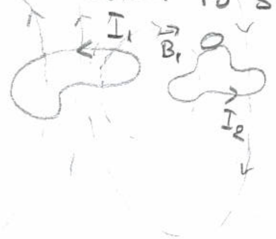


$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = BS\cos\omega t$$

$$\Rightarrow e_{indusert} = -\frac{d\Phi}{dt} = \omega BS\sin\omega t$$

GJENSIDIG INDUKTANS

Er et mål på hvor "nært" koblet to sløyfer er magnetisk



Φ_{12}: total fluks i sløyfe 2 p.g.a I_1

→ kommer fra $\vec{B}_1$ feltet p.g.a. strømmen i 1

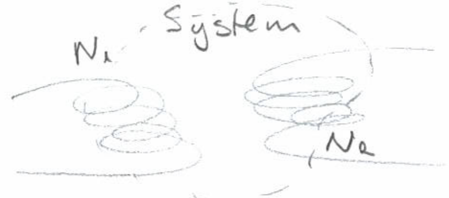
Hvis I_1 endrer seg vil $\vec{B}_1$ endre seg ⇒ Fluksen i sløyfe 2, Φ_{12} vil også endre seg ⇒ indusert emf i sløyfe 2

$$L_{12} = \frac{\Phi_{12}}{I_1}$$

For lineære medier blir denne uavhengig av I_1 :-)

$L_{12} = L_{21}$ ⇒ kan regne ut den som er enklest å finne !!

Generelt finner vi



$L_{12} = \mu \cdot \text{geometri} \cdot N_1 \cdot N_2$

SELVINDUKTANS

$L = \frac{\Phi}{I}$ ← Totalfluksen i kretsen ← Strømmen i kretsen

Ved å se på effekten som trengs for å etablere strømmene i et system av kretser

finner vi

-> ARBEIDET som trengs for å ENDRE FLUKSEN I ALLE KRETSENE

$$dA_m = \sum_{j=1}^{n} I_j \, d\Phi_j \quad \text{generelt}$$

FOR LINEÆRE MEDIER kan fluksendring uttrykkes vha gjensidig induktans:

$$d\Phi_j = \sum_{k=1}^{n} L_{kj} \, dI_k$$ (typo i oppsum.ark XXXX)

⇒ LAGRET MAGNETISK ENERGI I ET SYSTEM m/ n SPOLER (KRETSER)

$$W_m = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} L_{ij} I_i I_j$$

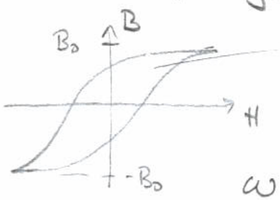
Ved å beregne total magnetisk energi for et system hvor vi har kontroll på alle magnetiske fluksslinger [f.eks i en torroide] fant vi at energitettheten kunne uttrykkes vha feltene som

$$w_m = \frac{1}{2} \vec{B} \cdot \vec{H}$$ Denne gjelder generelt :)

Videre fra eksempelet med en torroide fant vi at energien som trengs for å endre et $\vec{B}$-felt er (pr. volum)

$$\frac{\text{Tilført magnetisk energi}}{\text{volum}} = H\,dB$$

Hvis vi endrer magnetfelt i et ferromagnetisk materiale vil effekttapet være avhengig av formen på hysteresekurven



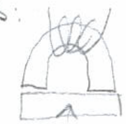
Stort areal ⇒ stort effekttap når $B = B_0 \sin \omega t$

ω øker ⇒ høyere effekttap!

KRAFTEN

som virker på en del av et magnetisk system kan finnes ved å se på hvordan energien lagret i systemet endrer seg hvis vi forsøker å flytte på den aktuelle delen:

f.eks:



f.eks

FOR ET TAPSFRITT SYSTEM:

$$\vec{F}_m = -\nabla W_m$$

FOR ET SYSTEM MED KILDER SOM SØRGER FOR Å OPPRETTHOLDE STRØMMENE SOM GÅR I SYSTEMET

$$\vec{F}_m = \nabla W_m$$

FORSKYVNINGSSTRØM

er en nødvendig modifikasjon til Ampère's lov for tidsvarierende felter. Tidsvariasjon ⇒ ladningstetthet kan endres

→ $\nabla \cdot \vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$

⇒ Ampère's lov → Ampère-Maxwell's lov

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$ Maxwell #2

↳ Forskyvningsstrømtetthet

9

$$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \underbrace{\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}}_{} + \underbrace{\frac{\partial \vec{P}}{\partial t}}_{}$$

Uavhengig av materiale, kan eksistere også i tomt rom uten ladninger (vakuum)

Kan ses på som strøm pga. endringer i bundne ladninger (forskyvning)

Ikke en strøm, men har dimensjoner som strømtetthet :)

Potensialer i elektrodynamikken

Fra Maxwell's ligninger finner vi at $\vec{E}$ og $\vec{B}$ felt i elektrodyn. kan uttrykkes ved et skalarpotensial, V, samt et vektorpotensial $\vec{A}$:

$$\boxed{\vec{E} = -\nabla V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \qquad \vec{B} = \nabla \times \vec{A}}$$

Også fra Maxwell's ligninger kan en vise at hvis en endrer $\vec{A}$ og V på følgende måte:

$$\boxed{\vec{A}' = \vec{A} + \nabla f \qquad V' = V - \frac{\partial f}{\partial t}}$$

← JUSTERINGS-TRANSFORMASJONER (Gauge transform.)

hvor $f(x,y,z,t)$ er en vilkårlig funksjon vil $\vec{A}'$ og V' gi samme $\vec{E}$ og $\vec{B}$ som $\vec{A}$ og V

Maxwell's ligninger

$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$	Faraday
$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$	Ampère-Maxwell
$\nabla \cdot \vec{D} = \rho$	Gauss
$\nabla \cdot \vec{B} = 0$	"Magn. monopoler finnes ikke"

Justeringstransformasjoner kan brukes til å gjøre livet så lett som mulig.

For eksempel

hvis en skal finne ligninger for $\vec{A}$ og V for lineære medier $[\vec{D} = \varepsilon \vec{E},\ \vec{B} = \mu \vec{H}]$

Trenger da
1) Maxwells ligninger
2) Sammenhengene mellom $V, \vec{A}, \vec{E}, \vec{B}$

⟹ Nye ligninger for V og $\vec{A}$ som viser seg å bli mye enklere hvis vi krever at

$$\boxed{\nabla \cdot \vec{A} = -\varepsilon\mu \frac{\partial V}{\partial t}}$$ Lorentz-betingelsen

↳ Dette er en gyldig justeringstransformasjon og er dermed en ekstrabetingelse som vi trygt kan bruke uten å ødelegge

Da får vi nemlig

Under Lorentzbetingelsen oppfyller $\vec{A}$ og V følgende bølgeligninger:

$$\nabla^2 \vec{A} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = -\mu \vec{J}$$

$$\nabla^2 V - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon}$$

Disse $\vec{A}$ og V kalles LORENTZPOTENSIALENE / RETARDERTE POTENSIALER

Hvis vi løser disse for homogent rom m/ $\vec{J}$ og ρ finner vi:

$$V(\vec{r},t) = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \int \frac{\rho(\vec{r}\,', t - R/c)}{R} d\tau'$$

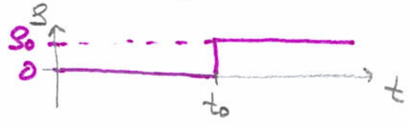
$$\vec{A}(\vec{r},t) = \frac{\mu}{4\pi} \int \frac{\vec{J}(\vec{r}\,', t - R/c)}{R} d\tau'$$

$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$

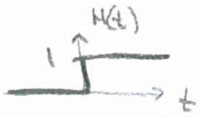
~ potensialene fra elektrostatikken men "forsinket" med tiden $t - R/c$ (retardert tid)

"Effekten av e.g. en ladning ρ når punktet en avstand R unna etter tiden $T = R/c$" — forplantningshastighet

Eks: Punktladning som dukker opp i origo ved tiden t_0



$$\rho(t) = \rho_0 H(t-t_0)$$



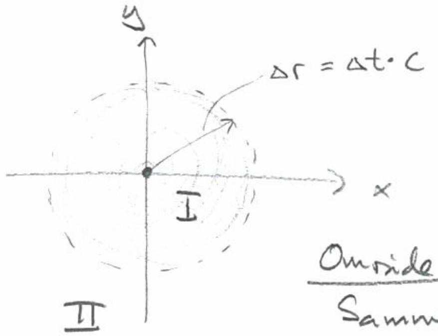
Skalarpotensialet ved tiden $t = t_0 + \Delta t$ i posisjon r (kulekoord):

$$V(r,t) = \frac{d\tau}{4\pi\varepsilon}\frac{1}{r}\rho(t_0+\Delta t - r/c)$$

$$= \frac{d\tau}{4\pi\varepsilon}\frac{\rho_0}{r}H(t_0+\Delta t - r/c - t_0)$$

$$= \begin{cases} 0, & r > \Delta r\ (=\Delta t\cdot c) \\ \dfrac{d\tau\,\rho_0}{4\pi\varepsilon r}, & r < \Delta r \end{cases}$$

Figur: $t = t_0 + \Delta t$
$z = 0$



Område I

Samme potensial som rundt en punktladning i elektrostatikken

Område II

0 (potensialet har ikke nådd frem ennå)

KVASISTATIKK

Kan brukes når retardert tid $(t - R/c) \approx t$ for de avstandene (R) vi ser på / er interessert i.

Kan du finne $\vec{A}$ fra Biot-Savarts lov fra magnetostatikken

Kan ikke bruke Ampere's lov siden den antar $\nabla\cdot\vec{J} = 0$.

Relevante avstander

Hvor langt når signalet i løpet av én periode?

$f = 50\,Hz \Rightarrow T = 0{,}02\,s \Rightarrow R = 6000\,km$

$f = 20\,MHz \Rightarrow T = 5\cdot 10^{8}\,s \Rightarrow R = 15\,m$

POYNTINGS VEKTOR

Det viser seg at vektoren $\vec{E}\times\vec{H}$ = effektstrømtetthet

$\Rightarrow$ Når $\vec{E}$ og $\vec{H}$ felt propagerer, er retningen på energiforplantningen normalt på både $\vec{E}$ og $\vec{H}$

PLANBØLGER

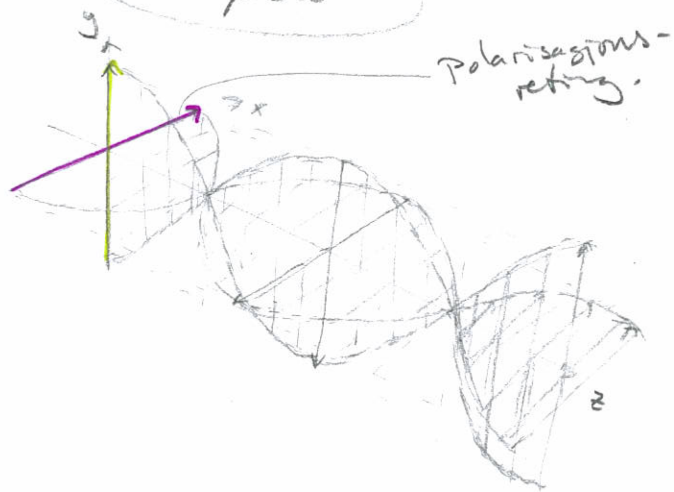
viser seg å være en gyldig løsning av Maxwells ligninger i homogent rom

$$\vec{E}(z,t) = E_0\cos(\omega t - kz)\,\hat{x}$$

$$\vec{B}(z,t) = E_0\frac{k}{\omega}\cos(\omega t - kz)\,\hat{y}$$

m/ dispersjonsrelasjon

$$k^2 = \mu\varepsilon\omega^2$$



HVORFOR ER PLANBØLGER NYTTIGE?

Alle generelle 3D bølger kan uttrykkes som en sum av planbølger m/ forskjellig retning, frekvens styrke og fase

(FOURIER ☺)