I.

Betragtninger

over

den mathematisk-analytiske Maale-Konsts besynderlige Fornødenhed og særdeles Indflydelse paa at skjerpe Sjele-Evnerne,

ved

Niels Morville.

Det er ikke min Hensigt at opregne alt, hvad andre kan have anmærket om Mathemathikens Nytte, som vil findes i mange mathematiske Lærebøger, og desuden vidtløftigen er forklaret af en stor Mængde Skribentere; men det er allene mit Forsæt paa saadan Maade at forklare den mathematisk-analytiske Maale-Konsts besynderlige Fornødenhed, som jeg i mange Tilfælde har bemærket. Jeg vil derved søge at bibringe tilstrækkelig Overbevisning om, at Mathematiken eller den mathematiske Maale-Konst er ikke allene et sikkert Middel til at skjerpe Sjele-Evnerne og ophjelpe en svag Tænkekraft, men og et Middel til at sætte Grændser for Brugen af Sjelens Evner, samt holde alle Sjelekræfters Anspendelse i nøje Ligevægt.

Udi nogle Videnskaber hersker i Særdeleshed Hukommelsen, udi nogle den pur sandselige Agtpaagivenhed, udi andre den hede Indbildningskraft, i andre tillige den heftigste Opfindelseskraft, i andre den alvorlige Eftertanke og Dømmekraft. De mathematiske Videnskaber, eller de hvorom man erhverver sig en mathematisk Kundskab, ere de, som fordre alle disse Kræfter og deres forholdsmæssige Færdigheder i en høj Grad.

Den sandselige Hukommelse, jeg mener den, som bevirkes allene ved visse saa at sige mekaniske Indtryk, kan ofte være tilstrækkelig uden for Mathematiken, men

den er utilstrækkelig i de mathematiske Videnskaber, som fordre den Hukommelse, der bevirkes af Begrebernes Beslægtning og Lighed eller saa kaldte Associatio Idearum. Den pur sandselige Agtsomhed og Agtpaagivenhed kan være nok i nogle Videnskaber; men den mathematiske Agtsomhed er ideligen gelejdet med Betragtning over Aarsagers og Virkningers Tal-Forholdsmæssighed; hvorledes skulde Mathematikeren ellers udgrandske, hvilken af flere muelige forskjellige Aarsager der skulde have frembragt en sjensynlig Virkning, naar han ei ansaae Virkningens Størrelse i Forhold til Størrelsen af Medaarsagerne, som frembragte den.

Indbildningskraften kan aldrig være heftig nok i visse Videnskaber, men kan fortræffeligen sættes ved de mathematiske Videnskaber, hvor de øvrige Sjelekræfters fornødne Anspendelse skal nok holde den inden sine Grændser. Opfindelseskraften, hvor har den ædlere Sæde, end i de mathematiske Videnskaber? og alvorlig Eftertanke og Omdømme, hvad er den andet end Sielens Proportions-Regning, som danner de mathematiske Udgrandskninger?

Naturens og Kunstens Handlinger udvise lutter Medforandringer, og for saavidt som de have et bestemt sandseligt Maal, fremstille de Kjæder af medforanderlige Størrelser. Skjønheds Træk grundes paa medforanderlige Størrelsers bestemte Forhold, ja Visdommen selv er underkastet Maale-Kunsten, da Midler og Hensigt blive de medforanderlige Størrelser, hvis indbyrdes Sammenligning og Forhold gjør, at man ej kan negte en vis Handling Navn af Visdommens Mesterstykke.

Talsmanden kan end ikke undvære den mathematiske Maale-Kunst, det bevidner Qvintilian selv udi Institut. Orat. Lib. I. med disse Ord: ut si est oratori (qvod proximus demonstrabit liber) de omnibus rebus

di-

dicendum, nullo modo sine Geometria esse possit orator.

Aarsager, saavel enkelte som sammensatte, samt deres behørige Virkninger, ere medforanderlige Størrelser i Naturens Rige; den mathematiske Maale-Kunst (eller den Videnskab, som indbefatter alle de Hjelpemidler, hvorved man kan fastsætte medforanderlige Størrelsers indbyrdes Sammenligning, for derved af bekjendte Maal paa nogle af de medforanderlige Størrelser at kunne udfinde Størrelsen og Maalet paa de øvrige) bliver derfor unegteligen det Middel, hvorved man skal kunne opdage Sammenhængen og Sammenligningen mellem Aarsag og Virkning. Allermeest vil man behøve den almindelige Regnekunsts eller Bogstav-Regningens og Geometriens besynderlige Hjelpemidler, naar Aarsager og Virkninger ere af de Slags, som man ej ligefrem kan maale; man seer sig da i lige Forlegenhed, som udi praktisk Landmaalings Tilfælde, hvor man formedelst Hindringer ej virkeligen kan opmaale Distancerne, men maa bestemme dem ved geometriske Kunster, grundede paa geometrisk Theorie.

Vel viser Naturlæren mange Veje til ved Observationer og Experimenter at fastsætte Sammenligning mellem Aarsager og Virkninger; men jeg tør med Vished paastaae, at, naar de ej vejledes af den mathematiske Maale-Kunst, vil man enten blive nød til at spilde Tiden paa mange unyttige Forsøg, eller og beføjes til at arbejde paa et og det samme Forsøg i langsommelig Tid, uden at kunne udfinde nogen passende Regel eller Ligning for Størrelsernes Medforandringer, saa ofte Virkningen frembringes af flere Medaarsager, samt Aarsager og Virkning ej ere enten i arithmetisk eller geometrisk Forholo. Og hvor uendelig mange Slags mathematiske Medforandrings-Ligninger gives der ikke mel-

lem Medaarsager og Virkninger foruden den arithmetiske og geometriske. Analystens mangfoldige forskjellige Slags Ligninger, der ej allene ere til i hans Forestilling, men virkeligen have Sted i Naturens Medforandringer, ere derpaa øjensynlig Bevis.

Den nøje passende uafbrudte Orden, der hersker i den mathematiske Fremgangsmaade, hoorved man vænnes til at sammenordne og sammenkjede sine Sætninger, vejleder en til, med de færreste Ord, at tilkjendegive de kraftigste Udtryk, som tillige gjør de største Indtryk paa Forestillingen; man bringer endog Tænkekraften til at arbejde der, hvor man er paa Grændserne af at see og ikke see. I samme Øjeblik spiler Geometeren sin Agtsomhed paa en Punkt, hvorfra en geometrisk Størrelse har sin Oprindelse, og hvori man seer dens Forsvindelse. Til saa fine Gienstande vejleder den mathematiske Eftertanke; det er derfor ej at undre over, at den kan vise sig fin og skarp i Aarsagers og Virkningers forholdsmæssige Udvikling.

Ved den mathematiske Maale-Kunst er man i Stand til at udfinde medforanderlige Størrelsers Sammenlignings Maalestok, saa man derefter ej allene kan fastsætte hvor stor Virkning der forholdsmæssig skal paafølge af en bestemt Aarsag, men og overveje, hvor meget flere Medaarsager bidrage til Virkningens Frembringelse, saavelsom deraf videre slutte og opdage, hvilken Aarsag der kunde have frembragt Virkningen, naar samme skulde kunne frembringes af flere forskiellige Slags Aarsager. De mathematiske Videnskaber ere deri i Stand til at udrette noget stort, man behøver kun at kaste et Øje paa Eulers analytiske Opdagelse af den acromatiske Kikkerts Natur; den Forhold, som Dolland ved mange forgjeves Forsøg endeligen udfandt mellem Objectiv-Glassenes Radii, har Euler bestemt

ved

ved analytiske Ligninger uden Forsøg, alt udviklet ved Naturens mathematiske Betragtning.

Den som vil uden for det historiske Fag af Videnskaberne giøre nogen retskaffen Fremgang udi hvad Videnskab man end vil nævne, vil uden Tænkekraftens mathematiske Skjerpelse ikke kunne følge andre, saavidt de allerede ere fremkomne i Videnskaberne, end sige gaae videre frem end sine Forgiengere; og hvad kan vore Forfædres vide Fremgangs-Skridt i Videnskaberne hielpe os, naar vi ei ere i Stand til at følge dem. Den mathematiske Analytik er just det Hielpemiddel, hvorved man er i Stand til at giøre hastige og vide Skridt i Videnskaberne, og naar man rigtig veed at bruge den, skal man befinde, at den logiske Analyse meget nøie stemmer overeens med den algebraiske og geometriske; de have en fælles Kiede-Regel, og den er Nøglen til alle philosophiske og mathematiske Opdagelser, ja Sielen i den hele Mathematik. Den nøie Lighed der er mellem den philosophiske og mathematiske Analyse, synes Ehr. Weigelius udi sit Skrift Idea matheseos universæ at have bemærket med disse Ord: ubi definit Philosophus prædicata rerum denominative contemplatus, ibi incipiat Mathematicus eadem prædicata rerum æstimative contemplaturus.

Da den mathematiske Maale-Kunsts nøie Overeensstemmelse med den philosophiske er et kraftigt Bevis paa Kunstens Evne at skierpe Tænkekraften og at veilede til en skarpsindig og dybsindig Fornuft-Lære, er det nyttigt at jeg viser nogle faa Prøver paa den nøie Overeensstemmelse, der er mellem den logiske og algebraiske Analysis; da Logiken er det samme i Philosophien, som Algebra er i Mathematiken. Logiken lærer Egenskabers Opløsning og Udvikling ɔ: Analysis Qvalitatum; Algebra derimod lærer Størreisers Opløsning eller Analysis Qvantitatum; Forklarings- saavelsom

Udviklings-Reglerne blive eens for begge. At udfinde en Tings Egenskaber paa philosophisk Maade, er et Probleme der meget ligner det mathematiske Probleme, at undersøge hvilke Størrelser og hvordan de bestemme en ubestemt medforanderlig Størrelse. Den algebraiske Meditation i Funktions-Lovenes Udfindelse er et fuldkommen Billede paa den, som udfordres ved Egenskabernes philosophiske Sammenordning og Udvikling. At bestemme en Tings Definition eller Forklaring, er et logisk Probleme: at udfinde en Ligning mellem medforanderlige Størrelser, er et lige mathematisk Probleme. Ved denne Anledning kan jeg ei undlade at beklage, at den væsentlige Deel af Mathematiken, som burde have Navn af mathematisk Probleme-Lære, eller Problematik, er kun bragt til en ringe Fuldkommenhed, og at de fleste Mathematici have mere bekymret sig om muelige Maader at opløse Æqvationer, end om at udarbeide en fuldstændig Problematik, der skulde indbefatte de fleste hidindtil bekiendte Methoder, at udfinde Ligninger mellem de medforanderlige Størrelser; thi omendskiønt man med Lambert maa tilstaae, at de fleste særskilte Problemer udfordre nye Artificia Heuristica *), saa vilde det dog være et stort Hielpemiddel i de mathematiske Videnskaber, at man engang dannede en saadan Problematik, der indeholdt saavel de ældre som nyere mathematiske Skribenteres betydeligste Artificia Heuristica, uden hvilke man hverken er i Stand til at foretage sig alle Slags mathemathiske Problemers Opløsning, ei heller er mægtig til ved Combination at udfinde nye Artificia Heuristica, eller udvide den mathematiske Opfindelses-Kunst.

Men at jeg igien skal komme til Sammenligningen mellem den philosophiske og mathematiske Analysis. At udfinde Sandheder ved Hielp af bekiendte Sandheder,

er

*) Lambert de orbitis Comet.

er Logikens Øiemed, ligesom det er den mathematiske Maale-Kunsts Hensigt, at udfinde ubekiendte Størrelsers Maal af bekiendte. En Sætning eller Proposition i Logiken er det samme som en analytisk Formel, og en Lighed i Logiken det samme som en Proportion eller Sammenligning udi Algebra. Derfor er og den mathematiske Analysis et stort Hielpemiddel til at slutte af Ligheder. Naar man kan med Sandhed paastaae, at Blodet har den samme Forretning i Legemet, som Penge i Republiken, da hedder det i det mathematiske Sprog: Blodet forholder sig til Legemet, som Penge til Republiken, i hvilken Proportion Tertium Comparationis eller Sammenlignings-Viseren blev det samme, som det man i Proportions-Regning kalder Index eller Exponens Rationis, Forholds-Viseren. Naar flere Ting sammenblandede gir ligedan Emfindelse for Sandserne, kan de ligeledes mathematiskviis fremsættes i Proportion eller Sammenligning. Den Forskiel er der ellers mellem den mathematiske Combination og den grammaticalske eller Ord-Combination; den mathematiske Combination giør ingen anden Forandring, end den, som ligefrem bevirkes ved de 4 arithmetiske Specier, nemlig ved Formeerelse eller Formindskelse, men Ords Sammenføielse kan, ligesom forskiellige Tings chymiske Foreening, ofte ganske forvandle deres forrige Natur og Bemærkelse; endog ved at forandre Ordenes Orden, sætte det første sidst, og sidste først, fremkommer en ganske forandret Forstaaelse, for Ex. en Tønde Øl og en Øl-Tønde; derimod, hvad enten man udi Algebra sætter $a + x$ eller $x + a$ har det eens Betydning.

Ei allene kan en analytisk Formel være en fuldkommen Lignelse til en logisk Proposition, men den positive Formel er et Billede paa den bekræftende Sætning, og den negative Formel et Billede paa den benægtende Sætning.

Den logiske Terminologie kan tydeligen forklares af den mathematiske Analytik, da man kan forestille det meeste af den logiske Terminologie i Algebraisk Form; jeg har derpaa engang giort Forsøg, og bemærket, at Algebra kan paa den Maade blive et Hielpemiddel til lettere at giøre sig de logiske Regler bekiendte og brugbare i forekommende Tilfælde; og da man har definert Algebra ved l'art du raisonement reduit à un mecanisme certain *), troer jeg det er i denne Henseende saaledes at forstaae. Man vil da af alt dette kunne giøre den sandfærdige Slutning, at den mathematiske Maale-Kunst, og især den analytiske Deel deraf, er Siele-Kræfternes sikkre Veileder og Bestyrer til at udfinde nye Sandheder af andre bekiendte. Ei allene er den mathematiske Analytik et Hielpemiddel til at udfinde Sandheder, men og til at prøve sine Opfindelsers Rigtighed, da de logiske Regler man har til at formere sig Definitioner, saavelsom til at prøve sine Definitioners Rigtighed, kan tydeligen oplyses og forklares af de algebraiske Æqvationer, endog den Slutnings-Maade i Logiken: a conjugatis ad conjugata sensu æqvipollentia valet conseqventia er tilfælles med Slutnings-Maaden i den mathematiske Analytik. Man vil da af alt dette med Grund kunne slutte, at den Part af den mathematiske Maale-Kunst, som kaldes den mathematiske Analysis eller Analytik, er ei allene et sikkert Middel til at skierpe Siele-Evnerne, men og et Middel til at holde alle Siele-Kræfterne i nøie Ligevægt til at udfinde Sandheder.

Til ydermere Beviis, at den mathematiske Læremaade bidrager i en høi Grad til at skierpe Tænkekraften, maa jeg ei forbigaae at nævne den store Færdighed de mathematiske Videnskaber give i at demonstrere Sætninger, og den Vei, som Geometrien i Særdeleshed viser

*) Montucla Hist. des mathem.

viser til at foreene de sandselige Begreb med de abstrakte, og udlede disse af hine. Grækerne og Romerne har snart meer end vore Tiders Lærde lagt Mærke til denne vigtige Følge af de mathematiske Videnskaber. Til Beviis paa hvorledes de Ældre i dette Stykke have tænkt, vil jeg anføre det betydeligste, som derom findes udi Ernesti's Initia Doctrinæ solidioris: ut Cicero ait veritatis cognoscendæ impedimentum est vel maximum, qvod pleriqve animum a sensibus avocare non possunt, ejus autem rei facultatem veteres illi ab Arithmeticæ & Geometriæ discendæ studio venturum putabant, nam etsi numerorum signa & figuræ Geometricæ sensibus oculorum subjecta sunt, tamen qvæ de iis demonstrantur in sensum non cadunt, sed mente tantum intelliguntur. Plato in septimo de Republica libro matheseos commendationem ingressus primo Arithmeticam laudat, qvod de his rebus disserat, qvæ intelligere tantum liceat, eaqve re cogatur mens in veritate qværenda intelligentia uti. End videre melder Ernesti: Idem ille Plato solebat graviter reprehendere eos, qvi geometriam ut faciliorem redderent ad sensus revocare instituerent, qvod ita tolleretur id, qvod in ea discenda maxime propositum esse deberet.

De mangfoldige forskiellige Slags Problemers Opløsning, som Mathematiken ideligen holder Sjelen i Arbeide med, er ikke heller et ringe Middel til at skierpe Siele-Evnerne, man vænnes derved bestandig til at forandre Svarene, eftersom Spørgsmaalene forandres, overalt man blir derved vant til at bruge skarpsindig Eftertanke og nøiagtig Omdømme.

Det er i Særdeleshed en Frugt af den mathematiske Analytik og Maale-Kunst, at man derved faaer Færdighed i at giøre rigtige og rimelige Induktioner. Derved er det man formerer de almindelige Progres-

sions-

sions-Love for medforanderlige Størrelser, da den analytiske Induktions-Methode gaaer ud paa, at udfinde den meest almindelig passende Benævnelse, samt de i slig Henseende beqvemmeste Substitutioner og Transformationer. Ingen har viist større Prøver paa den analytiske Induktions-Methodes uforlignelige Nytte, end Videnskabernes uforglemmelige Euler, der har ved sammes Anvendelse bevidnet, at den er et af de allerfortræffeligste af alle de mathematiske Opfindelses-Midler ɔ: artificia heuristica, og er Nøglen til mange Opdagelser i Natur-Læren.

Den philosophiske og mathematiske Induktions-Maade har en saa mærkelig Lighed med hinanden, at de allene ere deri forskiellige, at den philosophiske har Egenskaber til Gienstand uden Hensigt til deres Størrelse, den mathematiske derimod Egenskabers Størrelse. Ved den philosophiske Induktion frembringes almindelige Sætninger af enkelte Tilfælde eller Forsøg, allene ved at omsætte Species i Steden for Individuum, eller Genus i Steden for Species; ved den mathematiske Induktion frembringes paa en lignende Maade Progressions- og Summations-Love, og deres almindelige Formler. Den harmoniske Lighed, der er imellem disse tvende forskiellige Induktions-Maader, er ikke et ringe Middel til at skierpe Sielens Evner. Jeg maa ei forbigaae at bemærke, at den mathematisk-analytiske Induktions-Methode kan anvendes paa tvende Maader, enten som et Middel til paa almindelig Maade at fastsætte det man kalder terminus generalis, eller det almindelig analytiske Udtryk, der passer sig til hver Led især i foregivne Række af medforanderlige Størrelser, eller og som et Hielpemiddel til af nogle faa medpassende enkelte Værdier af medforanderlige Størrelser at bestemme deres Medforandrings Ligning; derved er man i Stand til, lige saa got som en Keppler at opdage den

af

af ham udfundne Bevægelses-Lov: at Planeternes periodiske Revolutions-Tider forholde sig som Rodstørrelserne af Kubikerne af deres Diameterer, uden at beføies til at tilskrive Opdagelsen en Hændelse eller Slumpelykke, da den er en Følge af den analytiske Induktions-Methode. Det er hverken min Hensigt eller mit Forsæt, at forklare Methodens Kunstgreb, som ere mangfoldige, men det er allene min Sag, at beryde dens Vigtighed, da den er et stort Hielpemiddel til af faa Forsøg at kunde udlede almindelige Sætninger.

Jeg giver mig endnu engang den Frihed, at nævne den uforlignelige analytiske Induktions-Methode; den er egentligen den, som har giort den berømmelige afdøde Prof. Lambert uforglemmelig i den mathematiske Verden, og er den sikkerste Ariadnes-Rettesnor til at giøre Opdagelser endog i de Tilfælde, som man fast skulde troe at overgaae den menneskelige Forstands Evne. Det er den Methode, som giør de mathematiske Videnskaber til Sielens Vellyst, og giør den menneskelige Forstand den allerstørste Ære. Det er den Methode, som er Aarsag til at en Klingenstierna kan med Sandhed paastaae, at de algebraiske Udregninger ere en sikker Rettesnor, som man bør bruge, naar man geraader i nogen Labyrinth, af hvilken man ellers ei kunde see nogen Udvei. Derfor kan Franciscus a Schooten, til Ære for Cartesius, med rette melde: Hæc illa methodus est, cujus exercitio Renatus des Cartes non modo in mathematicis scientiis summas difficultates adolescens adhuc superavit, aliisqve in inveniendo palmam præripuit, sed tantam qvoqve ingenii promtitudinem facilitatemqve sibi deinceps conciliavit, ut primus clavem, qva mysteria universi reseranda sunt, & cujus ope natura naturæ ac lux orbi magis magisqve redditur, invenerit, adeo ut eorum, qvæ lumine naturali cognosci qveunt, nihil tam abditum

den-

denſisqve immerſum fuiſſe tenebris putandum ſit, qvod ingenii ſui felicitate eruere ipſe deſperaſſet.

Locke har selv som Philoſoph bevidnet, at den mathematiſke Analytik er et Middel til at skierpe Sielens Evner, da han paastaaer, at Algebra giver Forſtanden nye Hielpemidler, og at man ved Mathematik vænnes til at tænke forholdsmæssig og i en passende Orden.

Til videre Bevis paa den mathematiskt Analytiks besynderlige Fornødenhed vil jeg slutte med den skiønne Aands Christian Baumanns Tullins egne Ord udi hans samtlige Skrifters 2det Bind. "Verden begynder nu alt for Alvor at regne, nogle skarpsynede Folkeslag har alt for en temmelig Tid mærket, at denne uudtømmelige Kunst er alt for ædel til, at den skulde være en Livegen hos Jøder og Vexelerer, hvor den i det høieste er bleven Hovmester for Rigsdaler, Mark og Skilling; man har derfor bragt den til Hove, giort et Regula detri af Mennesker, og faaet hele Rigets Velfærd til Facit; et nyttigt Forslag er ofte saa betydeligt, at det ikke kan betales, men de vigtigste Forslag kan baade lettest findes og sikkerst prøves ved Udregning. Man kan udregne et Riges Mangler, Aftagelse og Tilvext med videre. Ved Regning kan man udfinde, at Enighed, Tarvelighed og en fornuftig Levemaade ere Midler, hvorved Lande, Byer og Stæder kan langt bedre ophielpes, end ved de herligste Privilegier; den som forstaaer den politiske Regnekunst, og har Leilighed til at giøre sig et Lands almindelige Forfatning og Omstændigheder bekiendt, og tillige har Lyst til at tænke, kan af almindelige Sætninger oplyse de fordeelagtigste Sandheder og Opdagelser, han kan giøre Mirakler for Pøbelen, han kan spaae, ja endnu mere, han kan demonstrere sine Spaadomme."

II.