

ON THE CONGEALING OF A MOVING FLUID IN A NARROW COLD CHANNEL

BY
W. H. A. GRASSO and R. KRONIG

On the displacement of the energy levels of atomic
systems in strong radiation fields

BY
R. KRONIG, G. OOMS AND P. J. RIJNIESE

(Innsendt til Generalsekretæren 17de juni 1964 av herr Kronig)

As is well-known, the interaction of radiation with atomic systems can be treated by two different methods. The first, based on the correspondence principle, was developed by KLEIN [1] as an extension of the dispersion formula of KRAMERS and HEISENBERG [2] which preceded the discovery of quantum mechanics. The second, more rigorous and laborious, in which the radiation field also is quantized, is due to DIRAC [3]. The results of the two methods are equivalent.

The fact that the progress of experimental techniques, in particular the invention of the laser, has made it possible to produce radiation fields that are much more intense than those hitherto available, arouses interest in a number of effects which thereby have become accessible to measurement. One such effect, to which attention is being given in this publication, is the shift produced by a radiation field in the energy levels of an atomic system. Some theoretical work on this problem, making use of Klein's method, has already been published many years ago by BLATON [4].

We shall go somewhat beyond the results of this author by considering an atomic system in a degenerate state k with energy W_k^0 in which a number of sub-levels, distinguished by an index l , coincide. We are then not only concerned with an energy shift, but also with the possibility of a partial or complete removal of the degeneracy by the radiation field.

The starting-point is the Schrödinger equation for the wave function ψ of one particle with charge e and mass m , subject to a conservative field of with potential energy V and to the radiation field, described by a vector potential \mathbf{A} :

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi + V \psi + \frac{ie\hbar}{m} \mathbf{A} \cdot \text{grad } \psi + \frac{e^2}{2m} \mathbf{A}^2 \psi = i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t},$$



Det Kongelige Norske
Videnskabs Selskabs Skrifter
(Kgl. Norske Vidensk. Selsk. Skr. 2011 (4), 203-208)

Ralph Kronig

*On the displacement of the energy levels of atomic
systems in strong radiation fields*

(med G. Ooms og P.J. Rijnierse)
&

*On the congealing of a moving fluid in a
narrow cold channel*

(med W.H.A. Grasso)

DKNVS Forhandlinger 1964 og Skrifter 1967¹

Per Chr. Hemmer og Kåre Olaussen

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet

Kronig er et velkjent navn i fysikken gjennom begreper som Kramers-Kronig-relasjonene og Kronig-Penney-modellen. Men hans tilknytning til Trondheim og DKNVS er trolig mindre kjent.

Han ble i 1960 valgt inn som medlem i DKNVS. På Videnskabselskabets høytidsdag 26. februar 1963 holdt han hovedforedraget **Prospects and dangers in an age of science** (trykt i *DKNVSs Forhandlinger* 37, 1963, pp 27-37). I vårsemesteret 1967 arbeidet han en tid ved NTHs Institutt for teoretisk fysikk, etter invitasjon av professor Harald Wergeland. I 1972 ble Ralph Kronig utnevnt

¹ DKNVS Forhandlinger, Bind 37, nr. 13, s. 63-68, 1964; DKNVS Skrifter, nr. 7, s. 1-10, 1967.

til æresdoktor ved Universitetet i Trondheim. I tilknytning til disse besøkene publiserte han ovennevnte to artikler i selskapets publikasjoner.

Levnetsløp

Kronig ble født 1904 i Dresden av amerikanske foreldre, og reiste til USA for å studere ved Columbia University. I 1927 dro han tilbake til Europa, og oppholdt seg ved flere vitenskapelige sentra, bl.a. hos Bohr i København og som Paulis assistent i Zürich. Fra 1930 av var han bosatt i Nederland. Etter et kort opphold i Utrecht ble han i 1931 ansatt som lektor ved universitetet i Groningen. Fra 1936 til han gikk av i 1969 var han professor ved den tekniske høyskolen i Delft. I flere år var han også rektor ved høyskolen. Han døde i 1995.

Kronig startet sin karriere i 1925-26, som var revolusjonerende år i fysikken. Det nye var kvantemekanikken. Utviklingen skjedde hurtig. Gjennom sin gode kontakt med en rekke ledende fysikere ble Kronig raskt en velkjent teoretiker som ga interessante bidrag til kvantefysiske problemer. Ett eksempel: I samme år (1926) som Erwin Schrödinger publiserte sin berømte bølgelikning sendte Kronig og Isidor Rabi til tidsskriftet *Physical Review* løsningen av Schrödinger-likningen for molekyler med én symmetriakse, dvs med to forskjellige treghetsmoment.

Elektronets spinn

Elektronet, den første subatomære partikkel som ble oppdaget, kan karakteriseres ved tre størrelser: massen, ladningen og spinnet. For bestemmelse av elektronets ladning og av dets masse ble det gitt nobelpriser til R. Millikan og J.J. Thomson. Hvorfor ble oppdagelsen av spinnet, elektronets indre dreieimpuls, aldri hedret med en nobelpris?

I 1925 var den såkalte anomale Zeeman-effekten, som er oppførselen til atomer i et magnetfelt, en hodepine for fysikere. De eksperimentelle resultatene viste at atomene hadde flere energinivåer enn ventet. Som ung doktorstudent ved Columbia University var Ralph Kronig den første som innså at dette kunne forklares ved å anta at atomets elektroner hadde *spinn*, en indre dreieimpuls. Spinnvektorens retning i forhold til magnetfeltet ga de nødvendige nye frihetsgrader.

Kronig var så uheldig å forklare dette for Wolfgang Pauli, som var kjent for sin dype innsikt i fysikk og for sin kritiske innstilling. Pauli latterliggjorde idéen om spinn, og sa at «det er virkelig smart, men har naturligvis ingenting med virkeligheten å gjøre». Møtt med denne kritikken bestemte den 20-årige Kronig seg for å ikke publisere teorien.

Spinnteorien kom på trykk først et halvår senere gjennom en artikkel av to unge nederlandske fysikere, George Uhlenbeck og Samuel Goudsmit. De hadde gitt manuskriptet til professor Paul Ehrenfest i Leiden, som ba dem om å diskutere teorien med den store fysikeren Hendrik Lorentz, også i Leiden. Lorentz forklarte dem at teorien var umulig (ut fra klassisk fysikk!). De gikk slukøret til Ehrenfest, og ba om å få manuskriptet tilbake. Men han sa at det var sendt til trykking, med bemerkningen: «Sie sind ja beide jung genug um sich eine Dummheit leisten zu können!» På denne bakgrunnen er det sannsynlig at nobelkomiteen fant det for vanskelig å gi en nobelpris for elektronspinnnet. Men det er alminnelig anerkjent, også av Uhlenbeck og Goudsmit, at Kronig var førstemann ut.



Ralph Kronig 1928

Kronig var en gentleman. Han ble god venn med Pauli og bar ikke noe nag til ham for episoden i 1925 som muligens gjorde at Kronig ikke fikk en nobelpris. Til og med ba Kronig Niels Bohr, som kjente til det hele, om ikke å nevne episoden offentlig, med begrunnelsen at Uhlenbeck og Goudsmit nok ikke ville sette pris på det!

Kramers-Kronig-relasjonene

I 1926 publiserte Kronig artikkelen «On the theory of dispersion of X-rays» (*J. Opt. Soc. Am.* **12**, 547-557) om relasjonen mellom absorpsjon² og dispersjon³ i materialer. Dette er en svært generell sammenheng basert på residueteoremet for analytiske funksjoner, og har derfor anvendelse langt utover den situasjonen som ble diskutert i artikkelen. Den fysiske basis er prinsippet om kausalitet, som garanterer analytisk oppførsel av størrelsene som inngår. Uavhengig av Kronig publiserte H.A. Kramers et tilsvarende arbeid ved samme tid, «La diffusion de la lumiere par les atoms», *Atti. Cong. Intern. Fisica, Como* **2**, 545-557 (1927).

Kramers-Kronig-relasjonene, i utvidet form, var i en periode svært populære i teoretisk elementærpartikkelfysikk. Grunnidéen var at disse relasjonene i kombinasjon med betingelsen om bevaring av sannsynlighet i kvantemekaniske prosesser (unitaritet) var essensielt tilstrekkelig til å fastlegge og

² At amplituden og energien til en bølge avtar med en rate som avhenger av dens svingefrekvens.

³ At forplantningshastigheten til en bølge avhenger av dens svingefrekvens.

beregne teorien fullstendig. Dette «dra-seg-selv-opp-etter-håret (bootstrap)»-prosjektet var allerede synkende da det ble endelig torpedert i november 1974 gjennom oppdagelsen av sjarmkvarken. Men det har senere vist seg mulig å gjennomføre «bootstrap»-prosjektet i et enklere univers med bare én romdimensjon.

Og Kramers-Kronig-relasjonene er fortsatt til stor nytte i elementærpartikkelfysikk. Et eksempel er at for svært nøyaktig beregning av anomalt magnetisk moment til elementærpartikler som elektroner og myoner trenger man en spesiell egenskap – bidraget til vakuumpolarisasjon fra sterkt vekselvirkende partikler (hadroner) – som ikke lar seg beregne teoretisk. Men ved å kombinere eksperimentelle data (for elektron-positron annihilasjon til hadroner) med Kramers-Kronig-relasjonene kan man bestemme dette bidraget til foreløpig tilstrekkelig nøyaktighet.

Kronig-Penney-modellen

Enhver student i faste stoffers fysikk kjenner Kronig-Penney-modellen. Den er et enkelt kvantemekanisk system, der en partikkel beveger seg i et endimensjonalt potensial som består av en uendelig periodisk rekke med rektangulære potensialbarrierer. Modellen er et idealisert bilde av et elektron som beveger seg i et krystallgitter. Kronig løste dette kvantemekaniske problemet i samarbeid med en ung engelsk student, William G. Penney, som Kronig kom i kontakt med under et opphold ved Imperial College i London. (William Penney ble senere Baron Penney. Han deltok i Manhattan-prosjektet i Los Alamos, og ble etter annen verdenskrig vitenskapelig leder av det britiske kjernevåpen-programmet.)

Den store interessen for Kronig-Penney-modellen har flere årsaker. For det første viser løsningen enkelt, eksplisitt og instruktivt eksistensen av energiband i krystaller: Energispektret for partikkelen er stykkevis kontinuerlig med alternerende tillatte energiband og forbudte energigap. For det andre kan modellen, som enhver eksakt løsbar modell, fungere som testsystem for approksimasjonsmetoder. Og for det tredje brukes modellen som en tilnærming til reelle systemer. Kronig og Penney hadde også en tredimensjonal versjon der potensialet i hver retning besto av rektangulære barrierer.

Coster-Kronig-overganger

I Groningen arbeidet Kronig med atom- og molekylfysikk, og ga ut to innflytelsesrike bøker om dette: *The optical basis of the theory of valence*, og *Band spectra and molecular structure*. Han samarbeidet bl.a. med professor Dirk Coster. (Sistnevnte var kjent for å ha oppdaget, sammen med George von Hevesy,

grunnstoffet hafnium.) Coster og Kronig beskrev i 1935 en ny type prosesser som elektroner i et bestrålt atom kan gjennomgå, prosesser som nå går under navnet Coster-Kronig-overganger.

De publiserte arbeidene i DKNVSs skrifter

I arbeidet **On the displacement of the energy levels of atomic systems in strong radiation fields** ser forfatterne på hvordan de degenererte energinivåene i en isotrop harmonisk oscillator, eller en stiv rotator, splittes og forskyves i nærvær av et klassisk, periodisk elektromagnetisk felt. Motivasjonen for arbeidet er oppdagelsen av laseren noen år tidligere, men i etterpåklokskapens lys blir det tydelig at de i beskjeden grad så for seg den videre utviklingen av laseren og dens framtidige anvendelser i atomfysikk. Det er kanskje mer forbausende at Kronig, med sin erfaring fra analyse av romlig periodiske systemer, ikke bruker Floquet-teori for analyse av tidsperiodiske systemer.

Arbeidet er bidrag til et festskrift for Oscar Klein i forbindelse med hans 70-års dag.

Kronigs medforfattere, G. Ooms og P. J. Rijnierse, var to unge nederlandske studenter. Rijnierse ble en ekspert på magnetiske materialer, og Ooms ble professor i fluiddynamikk ved Delft University of Technology.

Motiveringen for arbeidet **On the congealing of a moving fluid in a narrow cold channel** kom fra plast-industrien, der flytende polymerer føres gjennom kanaler. I artikkelen beregnes hvor lang tid det går før varmetapet til veggene med påfølgende størkning av massen blokkerer kanalen.

Summary

Ralph Kronig (1904-1995) was a German-American theoretical physicist working in the Netherlands through most of his career. He was born in Dresden of American parents, and studied at Columbia University in New York. After his PhD in 1927 he returned to Europe. The first couple of years he visited several important scientific centers, as Bohr's institute in Copenhagen. In Zürich he was assistant to Wolfgang Pauli. In the Netherlands Kronig worked as lecturer at the University of Groningen from 1931 until he in 1936 was appointed professor of physics at the Delft University of Technology. He stayed at Delft until retirement in 1969, and for several years he served also as Rector of the university.

The years 1925-26, when Kronig started his scientific career, were revolutionary years in physics, due to the development of quantum mechanics. Kronig soon became a well-known expert in quantum theory.

In 1925 the anomalous Zeeman effect, the behaviour of atoms in a magnetic field, was a mystery. The experimental results showed that the atoms had more energy states than expected. As a young PhD student at Columbia Ralph Kronig was the first who understood that this could be explained by assuming that the electrons in the atom had *spin*, an internal degree of rotation. The orientation of the spin vector relative to the magnetic field produced the additional degrees of freedom. Unfortunately Kronig explained this to Wolfgang Pauli. Pauli ridiculed the idea of spin, and faced with his criticism the young Kronig decided not to publish his theory. Half a year later the Dutch physicists George Uhlenbeck and Samuel Goudsmit published the spin theory. However, that Kronig was first is a historical fact, also acknowledged by Uhlenbeck and Goudsmit. On this background the discovery of the spin was never honoured with a Nobel Prize. Kronig did not, however, hold a grudge against Pauli for his intervention. In fact, Pauli and Kronig remained close friends.

In 1926 Kronig published a theory that contained quantitative relations between the index of diffraction and the attenuation of X-rays in materials. These relations are, however, very general, since they are based on not much more than the physical principle of causality. Independently H. A. Kramers published in 1927 the same connections, the *Kramers-Kronig relations*. These relations, in extended form, have been very popular in elementary particle physics, and they are still useful in several fields of physics.

The Kronig-Penney model in solid state physics is a simple quantum-mechanical system, where a particle moves in one-dimensional potential consisting of a periodic array of rectangular potential barriers. Kronig solved this idealized picture of an electron in a crystal lattice in cooperation with a young British physicist William G. Penney. The popularity of the Kronig-Penney model is mainly due to the fact that the solution exhibits, simply and explicitly, the existence of energy bands in solids.

