

Collective Co-ordinates for Nuclear Rotation

BY

A. BOHR and B. R. MOTTELSON

(Fremlagt på Høytidsdagen 26de februar 1958 av herr Wergeland)

Abstract.

The co-ordinate transformation leading to an approximate separation of the nuclear Hamiltonian into rotational and intrinsic parts is considered. It is found that the condition of optimum separation leads to an expression for the moment of inertia, equivalent to that of nucleons moving in an external rotating potential. For simplicity, the considerations are restricted to a two-dimensional system.

Introduction.

The occurrence of nuclear rotational spectra follows from simple arguments concerning the shape of the nucleus. Thus, the existence of a shell structure implies that nuclei with many particles in unfilled shells possess an equilibrium shape which differs appreciable from spherical symmetry. This distortion is a result of the polarizing effect of the particles outside closed shells. Any such non-spherical system is expected to exhibit a low-frequency collective type of excitation, corresponding to a rotational motion with approximate preservation of the intrinsic structure. Indeed, the experimental data on nuclear spectra indicates that, in certain regions of elements, the separation between rotational and intrinsic motion is a very good approximation.

The rotational energy is characterized by an effective moment of inertia, which represents the additional energy which the particles must have in order to follow the rotational motion. This physical interpretation of the moment of inertia suggests that one may express the rotational energy in terms of the total energy of a system of nucleons moving in a rotating potential [1]. Denoting the energy levels in the fixed potential by E_i , one thus obtains, for the moment of inertia, in the state E_0

$$(1) \quad \mathbf{I}_x = 2(\hbar/2\pi)^2 \sum \frac{|\langle 0 | \mathcal{J}_x | i \rangle|^2}{E_i - E_0}$$

where \mathcal{J}_x is the angular momentum of the nucleons about the axis of rotation, x .



Det Kongelige Norske
Videnskabs Selskabs Skrifter
(Kgl. Norske Vidensk. Selsk. Skr. 2011 (4), 157-163)

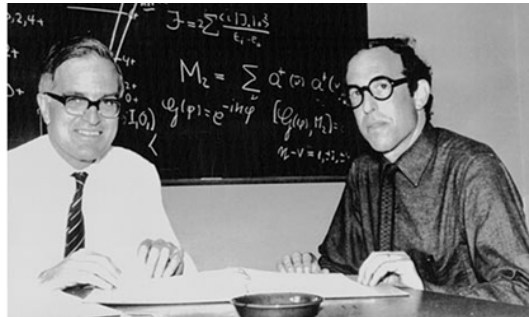
Aage Bohr og Ben R. Mottelson *Collective Co-ordinates for Nuclear Rotations*

DKNVS Forhandlinger 1958¹

Eivind Osnes

Universitetet i Oslo

Dette arbeidet ble fremlagt på Høytidsdagen 1958 av professor Harald Wergeland, og det er antagelig den gode forbindelsen til Wergeland som har utvirket at forfatterne publiserte i selskapets forhandlinger. Begge forfatterne var innvalgte medlemmer i DKNVS, Bohr i 1962, Mottelson i 2001.



Bohr og Mottelson

Artikkelen inngår i den omfattende «porteføljen» av studier som brakte forfatterne Nobelprisen i fysikk i 1975 sammen med James Rainwater. De ble tildelt prisen for «*the discovery of the connection between collective motion and particle motion in atomic nuclei and the development of the theory of the structure of the atomic nucleus based on this connection*».

Samarbeidet mellom Aage Bohr og Ben Mottelson startet i 1950, da Ben Mottelson kom til Institut for Teoretisk Fysik (senere Niels Bohr Institutet) i København med en fersk PhD og forskningsstipend fra USA. Det utviklet seg et

¹ DKNVS Forhandlinger, Bind 31, 1958, Nr 12, s 71-79.

nært, daglig samarbeid om kjernestrukturstudier som varte i minst tre tiår. Fra begynnelsen av 1980-årene og fram til Aage Bohrs død i 2009 arbeidet de hovedsakelig med andre problemerstillinger i fysikken, Bohr med grunnlagsproblemer i kvantefysikken og Mottelson med strukturer i metalliske klynger, men hele tiden i et nært kollegialt fellesskap der de testet sine ideer på hverandre. De av oss som hadde det privilegium å være stipendiater i København i 1960-årene kan bevitne det fruktbare samarbeidet mellom Bohr og Mottelson. De var forskjellige som mennesketyper og hadde forskjellige måter å anskueliggjøre fysikken på. Men de hadde dyp respekt for hverandre og utfylte hverandre på en forbillidlig måte. I uformelle seminarer hendte det nok at frimodige stipendiater kunne utbryte: «Ben, kan du forklare hva Aage forsøker å fortelle oss!» I sine selvbiografiske noter til Nobelprisen omtaler begge sitt nære og unike samarbeidsforhold på følgende måte: «*We feel that in our cooperation, we have been able to exploit possibilities that lie in a dialogue between kindred spirits that have been attuned through a long period of common experience and jointly developed understanding.*» Derfor omtales de da også for det meste som Bohr og Mottelson.

Veiene fram til de møttes i 1950 var nokså forskjellige for de to. Som sønn av Niels Bohr fikk Aage en «flying start» inn i fysikken. Han begynte sine studier ved Københavns Universitet som 18-åring i 1940. Han hadde allerede da hjulpet sin far med korrespondanse og assistert ham med skriving av artikler om epistemologiske spørsmål i fysikken og etter hvert også fysiske problemer. Høsten 1943 flyktet familien Bohr til Sverige. Niels Bohr fortsatte til England, og Aage fulgte etter ham. Her fungerte Aage som både sekretær og assistent for sin far og fulgte ham på reisene til Washington og Los Alamos. De var medlemmer av det britiske teamet i Manhattan-prosjektet, og Aages offisielle stilling var «junior scientific officer» under Department of Scientific and Industrial Research i London.

I august 1945 vendte Aage Bohr og hans far tilbake til Danmark, og Aage fortsatte sine studier og tok kandidateksamen i 1946 med en avhandling om atomers stoppeegenskaper i materie. Han fortsatte sitt vitenskapelige arbeid i København og gjennom forskningsopphold i USA. Våren 1948 tilbrakte han ved Institute for Advanced Study i Princeton, og fra januar 1949 var han halvannet år ved Columbia University i New York. Dette oppholdet, og spesielt møtet med James Rainwater, fikk avgjørende betydning for hans videre forskningsvirksomhet.

Ben Mottelson er født i 1926 i Chicago. Også hans utdanningsløp ble påvirket av krigen. Etter at han var ferdig med videregående skole, ble han sendt til Purdue University av marinen for å få befalsutdanning. Her fortsatte han etter krigens slutt og fikk sin BSc grad i 1947. Han fulgte opp med doktorgradsstudier

ved Harvard University under veiledning av Julian Schwinger og fullførte sin PhD i 1950. Han mottok så et reisestipend fra Harvard og valgte å tilbringe studieåret 1950-51 i København. Valget av København begrunnet han med at København hadde vært arnestedet for mye av den moderne fysikken og hadde sterke tradisjoner for internasjonalt samarbeid. Men det ble ikke bare med det ene året i København. To nye år fulgte med stipend fra Den amerikanske atomenergi-kommisjonen. Så ble han knyttet til CERNs studiegruppe for teoretisk fysikk som var opprettet i København. Da Nordisk Institut for Teoretisk Atomfysik (NORDITA) ble etablert i 1957, ble Mottelson professor der, et professorat han beholdt helt fram til pensjonsalder. Han er fortsatt vitenskapelig aktiv i en alder av 85 år, og er knyttet til NORDITA som professor emeritus.

Da Aage Bohr og Ben Mottelson møttes i København i 1950, hadde Aage Bohr allerede påbegynt de studier av atomkjernenes struktur (dvs. deres oppbygging og egenskaper) som skulle danne grunnlaget for deres vitenskapelige samarbeid gjennom flere årtier. På den tiden var to modeller for atomkjernenes struktur rådende. Den ene var Niels Bohr og Fritz Kalckars væskedråpemodell (1936, 1937), der kjernepartiklene (protonene og nøytronene) var å ligne med molekylene i en væskedråpe. På grunn av den sterke vekselvirkningen mellom kjernepartiklene utviskes deres individualitet og de opptrer som et kollektiv. Analogt til en væskedråpe kan en definere en overflatespenning for atomkjernen. Ved forstyrrelser (tilførsel av energi) vil overflaten da kunne settes i svingninger. Med væskedråpemodellen hadde en lyktes i å beskrive en rekke kjernefenomener, i særdeleshet fisjonsprosessen (Niels Bohr og John Wheeler, 1939), der tunge atomkjerner kan settes i svingninger og spaltes i to fragmenter under utsendelse av nøytroner. Det fantes imidlertid egenskaper væskedråpemodellen ikke kunne forklare, f.eks. kjernenes spinn og magnetiske momenter. Her kom skallmodellen til Mayer og Jensen (1947) til unnsetning. Skallmodellen for atomkjernene er analog til den tradisjonelle modellen for elektronenes bevegelse i atomet. Elektronenes oppførsel i det elektrostatiske feltet fra atomkjernen gir opphav til elektronenergier som kan grupperes i energiskall. Energiforskjellene innenfor et energiskall er små sammenlignet med energiforskjellen mellom to skall. Et energiskall kan inneholde et gitt antall elektroner. Når skallet er fullt, er atomet særlig stabilt overfor forstyrrelser, og vi har en edelgass, som f.eks. neon. Legger en til et elektron, kan dette lett rives løs, og vi får et reaktivt metall som natrium. Tilsvarende strukturer fant en i atomkjernene, her er kjerner med såkalte magiske partikkeltall spesielt stabile. Skallmodellen kunne bl.a. forklare de observerte spinnene til kjernene, dersom en antok at kjernepartiklene slo seg sammen parvis og ga null spinn. Dermed ville totalspinnet til en kjerne med et like antall protoner og et like antall nøytroner være null, mens spinnet til en kjerne med et

odde antall partikler ville være lik spinnet til den siste uparede partikkel. Også de fleste observerte magnetiske momenter kunne forklares på denne måten. Væskedråpemodellen og skallmodellen ble av mange oppfattet som motstridende modeller. Det er riktigere å betrakte dem som komplementære modeller, som beskriver ulike egenskaper ved atomkjernene. Mens væskedråpemodellen er basert på kollektive frihetsgrader som involverer kjernen som helhet, er frihetsgradene i skallmodellen knyttet til de individuelle kjernepartiklene.

Skallmodellen ble av mange oppfattet som en mer fundamental modell enn væskedråpemodellen, siden den var basert på frihetsgradene til de enkelte kjernepartiklene. Men det var også flere egenskaper skallmodellen ikke kunne forklare. En rekke observerte elektriske kvadrupolmomenter (et mål for avvik fra kuleform) var 10-100 ganger større enn det skallmodellen kunne gi. Det var også magnetiske momenter som ikke stemte. Dette var spørsmål som opptok Aage Bohr mot slutten av 1940-årene, og han søkte løsningen i samvirket mellom kollektive og individuelle frihetsgrader, altså i et samspill mellom de to modellene.

I det ekstreme skallmodellbildet av en kjerne med et odde antall protoner og et like antall nøytroner, ville det elektriske kvadrupolmomentet skyldes det siste odde protonet, idet en antok at de øvrige partiklene dannet en kulesymmetrisk konfigurasjon, som har null kvadrupolmoment. Skallmodellen ga dermed kvadupolmoment som var vesentlig mindre enn de målte verdiene, særlig for kjerner med partikkeltall et stykke unna de magiske tallene. Men dersom en antok at den indre kulesymmetriske konfigurasjonen ble deformert av den ytre partikkelen, ville også protonene i den indre konfigurasjonen bidra til det elektriske kvadrupolmomentet. Overensstemmelsen ble også bedre for de magnetiske momenter som ikke hadde latt seg beskrive godt med den ekstreme skallmodellen.

Aage Bohrs resonnement var ikke avhengig av hvordan deformasjonen av den indre konfigurasjonen kom i stand. James Rainwater, som han delte kontor med ved Columbia University, tenkte seg atomkjernen som en «boks» hvis form skyldtes den gjensidige vekselvirkning mellom kjernepartiklene, og viste at en sfæroid form kunne være energetisk fordelaktig. Bohr og Rainwater beskrev sine funn i hver sine artikler som ble innsendt til *Physical Review* med én måneds mellomrom våren 1950. Her takket begge hverandre for fruktbare diskusjoner.

Omtrent slik var situasjonen i forskningsfeltet da Aage Bohr vendte tilbake til København høsten 1950 og Ben Mottelson ankom fra Harvard og de fant hverandre i et vitenskapelig samarbeid som neppe har mange paralleller i vitenskapshistorien. En konsekvens av forestillingen om atomkjernen som en deformerbar struktur var at den kunne settes i rotasjon. I kvantefysikken kan en ikke observere rotasjon om en symmetriakse. Derfor var ikke rotasjonstilstander

observert for atomer. I molekyler derimot var rotasjonstilstander observert allerede i 1912. I en deformert atomkjerne ville deformasjonen angi en retning som definerer et brudd på kulesymmetri. Dermed kan en ha en rotasjon om en akse vinkelrett på denne. Er deformasjonen så komplisert at den må beskrives i flere retninger, blir rotasjonsbevegelsen tilsvarende sammensatt. Rotasjonsbevegelsen vil være kvantisert og gi opphav til diskrete rotasjonstilstander med veldefinerte spinn eller rotasjonshastigheter. Energiene til disse tilstandene følger enkle tallmessige relasjoner. Også elektromagnetiske strålingsoverganger mellom rotasjonstilstander ville følge et enkelt mønster. I tillegg til rotasjon vil kjernen også kunne ha kvantiserte overflatevibrasjoner. Disse vil i alminnelighet ha høyere frekvens enn rotasjonstilstandene, og hver enkelt vibrasjonstilstand vil kunne tjene som utgangspunkt for nye rotasjonstilstander.

I 1950 var det ennå ikke observert rotasjonstilstander i atomkjerner. Men straks de var forutsagt, fulgte observasjonene, i stadig større mengder og med stadig større presisjon. Dette gjorde det mulig for Bohr og Mottelson å raffinere, utvide og generalisere modellen, som etter hvert ble verifisert til en høy grad av nøyaktighet. Dette arbeidet fulgte den tradisjon som hadde preget instituttet gjennom årtier: Nært samarbeid både mellom eksperimentalfysikere og teoretikere og mellom fysikere fra forskjellige forskningsfelt og land. Bohr og Mottelson evnet også å trekke vekslers på og inspirere nye generasjoner av fysikere. Deres vitenskapelige arbeid er sammenfattet i en to-binds monografi med tittelen «Nuclear Structure», det første bindet kom i 1969 og det andre i 1975, samme år som de ble tildelt Nobelprisen sammen med James Rainwater.

I sitt Nobelforedrag peker Ben Mottelson på to forhold som var med å forlenge svangerskapet til det siste bindet. For det første generaliserte de deformasjonsbegrepet til å omfatte symmetribrudd i forskjellige abstrakte rom. Mens geometriske deformasjoner representerer symmetribrudd i det vanlige konfigurasjonsrommet, kunne en for eksempel også ha symmetribrudd som førte til endring i antallet partikler, slik det er kjent fra supraledning. I kjernefysikken ville det føre til såkalte par-vibrasjoner som manifesterer seg i addisjon eller subtraksjon av partikkelpar i kjernereaksjoner, og som dermed involverer forskjellige kjerner. Tilsvarende ville en også ha symmetribrudd i et abstrakt ladningsrom. Den andre årsaken til «forsinkelsen» var at eksperimentelle data som kunne underbygge slike betraktninger lot vente på seg. Imidlertid demonstrerer dette godt Bohr og Mottelsons dype forståelse av fysikk.

Nobelkomiteen traff godt da den begrunnet tildelingen med 1) oppdagelsen av sammenhengen mellom kollektiv og individuell partikkelbevegelse i atomkjernen og 2) utviklingen av teorien for atomkjernen på grunnlag av denne sammenhengen. I det siste punktet kunne komiteen kanskje ha lagt til --- og

analyse av en økende mengde presise eksperimentelle data. Uten dette ville ikke deres monumentale forskningsprosjekt ha lykket.

Ingen kjernemodeller er imidlertid perfekte, og Bohr og Mottelsons modell har heller ikke unnsloppet kritikk. Kritikken er av prinsipiell karakter og angår pkt 1) ovenfor – sammenhengen mellom kollektiv og individuell partikkelbevegelse. I og med at det er partiklene og vekselvirkningen mellom dem som produserer den kollektive strukturen, er det ikke mulig med en skarp separasjon av de to typer frihetsgrader. Dette har selvsagt Bohr og Mottelson vært klar over fra begynnelsen. I artikkelen publisert i DKNVSs forhandlinger i 1958 viser de nettopp hvordan det er mulig å oppnå en optimal (men ikke perfekt) separasjon av rotasjonsbevegelse og partikkelbevegelse. De påpeker at andre separasjoner er mulig, men at de vil gi opphav til restkoblinger mellom de to bevegelsestypene. Ben Mottelson forteller i sitt Nobelforedrag at Leon Rosenfeld under CERNs internasjonale fysikkonferanse i København i 1952 stilte spørsmål om i hvilken grad Bohr-Mottelson modellen bygget på *«first principles»*, hvortil Niels Bohr svarte *«it appeared difficult to define what one should understand by first principles in a field of knowledge where our starting point is empirical evidence of different kinds, which is not directly combinable»*. Mottelson selv konkluderer slik: *«The picture of nuclear dynamics that has emerged from these developments thus involves a great variety of different collective excitations that are as elementary as the single-particle excitations themselves, in the sense that they remain as approximately independent entities in the construction of the nuclear excitation spectrum.»*

Dette gir en god oppsummering av kjernefysikkens egenart, der den befinner seg i en mellomposisjon på den såkalte «kvantestigen» og både trekker veksler på og bidrar til forståelsen av andre kvantefysiske systemer.

Abstract

Aage Bohr and Ben Mottelson received the Nobel Prize in 1975 jointly with James Rainwater *«for the discovery of the connection between collective motion and particle motion in atomic nuclei and the development of the theory of the structure of the atomic nucleus based on this connection»*. At the time of the inception of their common scientific work nuclear physics phenomena were described in terms of two seemingly contradictory models, the liquid drop model (LDM) from the end of the 1930'es and the Shell Model (SM) established about 10 years later. In the LDM the nuclear constituent particles (nucleons) behaved collectively in the nuclear volume confined by a surface exhibiting surface tension in analogy with a drop of liquid. On the other hand, the SM treated the individual nucleons as the degrees of freedom and was thus considered the more fundamental of the two.

Both models turned out to be successful, within their particular limitations. Although the SM successfully described nuclear properties which could be attributed to the properties of individual nucleons, such as angular momenta and to a certain extent magnetic moments, it grossly underestimated the electric quadrupole moments of several nuclei. This suggested that the nucleus as a whole deviated from a spherical shape, so that the main contribution to the quadrupole moment was a collective one. Still, particle degrees of freedom had to be taken into account, and so Bohr and Mottelson developed a unified model marrying concepts from both the LDM and the SM. The unified model was corroborated by the wealth of experimental data following the theoretical predictions. The Norwegian text attempts, with basis in the Nobel lectures and the accompanying Autobiographical notes of Bohr and Mottelson, to show how their personal and scientific histories develop and eventually get intertwined.

One point of critique of the unified model was that a clean separation of collective and individual particle motion is not possible, since the collective behavior of the nucleus is produced by the behavior of the interacting constituent particles. The separation between collective and particle degrees of freedom is the topic of the above mentioned paper. Although a clean separation cannot be made, the authors succeed in making an optimal separation. Other ways of separation are possible, but might lead to complicated couplings between the two types of motion.