



Det Kongelige Norske
Videnskabs Selskabs Skrifter
(Kgl. Norske Vidensk. Selsk. Skr. 2011 (4), 121-128)

Ernst Jacobsthal

*Über die Funktionalgleichung $f(x+y) = f(x) + f(y)$
m.fl.*

DKNVS Forhandling 1939 m.fl.¹

Haakon Waadeland

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet

Ernst Jacobsthal (1882–1965) tok embetseksamen (Staatsexamen) og doktorgrad i 1906. Blant hans lærere var H. A. Schwarz og F. G. Frobenius. Doktoravhandlingen hadde tittelen *Anwendung einer Formel aus der Theorie der quadratischen Reste*. Der finnes et vakkert (Sigmund Selbergs ord) bevis for at ethvert primtall av form $4n + 1$ kan skrives som sum av to kvadrattall. Han viste også at det finnes en løsning der de to kvadrattallene kan uttrykkes som enkle summer over Legendresymboler. Jacobsthals arbeid ble omtalt i de fleste større lærebøker i tallteori. Jacobsthal ble Studienrat i 1909, senere også Privatdozent. Han ble i 1922 ausserordenlicher Professor ved det Tekniske Universitetet i Berlin. Men nazistene tok over i Tyskland, og Jacobsthal var jøde. Allerede i 1934 fikk han avskjed fra professoratet, og avskjed fra Studienratstillingen fulgte ubønnhørlig.



Ernst Jacobsthal.

Foto: NTHs årsberetning
1947-50, s. 53.

¹ DKNVS Forhandling 12, 1939, nr. 20, s. 74-75. Andre publikasjoner av Jacobsthal er oppført på slutten av artikkelen.

Etter hvert ble forholdene uutholdelige, og i 1939 forlot han Tyskland, opprinnelig med kurs for England. Hans bror Paul, som var arkeolog, arbeidet ved et universitet der. Underveis ville han besøke Max Dehn, som da var i Trondheim. Men i mellomtiden kom krigen, og alle planer ble endret. Av forskjellige grunner endte han opp i Trondheim. Fru Jacobsthal, som var «arisk», ble igjen i Tyskland, i forståelse med sin mann. Formelt ble de skilt. Jacobsthal fant seg vel til rette i Trondheim, selv om han savnet Annemarie. Han fikk hurtig venner og kolleger i Trondheim. Men i 1943 måtte han flykte videre til Sverige. Han og andre ventet i det lengste, og smuglet bl. a. en forespørsel til Tambs Lyche, som var fange i konsentrasjonsleiren Falstad. Svaret fra Tambs Lyche var entydig: «*De må over, om de så skal krype på maven.*» Saken var klar. Men det var fortsatt skjær i sjøen. Ernst J. hadde en stor skare av venner, og venner håndhilser man med, både i den fredelige hverdag og i farefulle situasjoner. En håndhilsende avskjedsrunde med et angstbevende publikum startet. Det kunne ha gått galt, fryktelig galt. Men det gikk heldigvis godt. De (Pavel Kuhn og Ernst Jacobsthal) dro avgarde. Jacobsthal ble i Uppsala til krigen i Europa var slutt.

I Sverige hadde han nær kontakt med den opprinnelig norske matematiker Trygve Nagell. Han hjalp bl. a. til med å lese korrektur på en av bøkene hans. Straks krigen var slutt, dro Ernst tilbake til Trondheim for en reunion med Annemarie. Hun kom fra Berlin etter at de viktigste praktiske arbeider var fullført.

Annemarie og Ernst kom til presten for lysing. De kom sammen med vitnene, Sigmund og Jenny Selberg, den sistnevnte gravid med Hans Audun i maven. Presten visste ikke hvilket av de to parene som var brudepar, og i henhold til den høyst usikre konklusjonen ble olme blikk sendt mot Jennys mave. Men problemet ble hurtig ledd bort, og vielsen fant sted etter planen.

Annemarie og Ernst var forberedt på trange kår i en periode. Det samme var tilfelle med venner og bekjente. Men hjerterom var der om husrom manglet, og mange problemer ble løst gjennom vennskap og vennlighet. Ett eksempel: De fikk til rådighet to rom i det huset som i dag kalles «Gamle Fysikk». Der hadde de sine middagsgjester og andre gjester. Annemarie var en fremragende kokk og serverte de fineste retter, Ernst var en førsterangs teoretiker på området. I sin «Gamle Fysikk»-leilighet var det et stadig større antall venner fra inn- og utland som fikk nyte godt av deres gjestfrihet. Annemarie og Ernst Jacobsthal hadde omsorg for sine venner. Eksempel: Vit. ass.en var på militær repetisjonsøvelse. Ernst og Annemarie kontrollerte hver dag om hustruen Ruth spiste middag. Hvis ikke, ble hun øyeblikkelig innkalt til middag hos Jacobsthals.

Tiden i Trondheim var meget fruktbar for dem begge to. Ernst Jacobsthal opplevde en matematisk oppblomstring som savner sidestykke i

DKNVS' historie. Listen fra Gunnerusbiblioteket over hans publikasjoner i DKNVS viser i Forhandlinger 50 arbeider, i Skrifter fire arbeider. Ernst Jacobsthal er visstnok den matematiker som har publisert flest arbeider i DKNVS Forhandlinger og Skrifter.

I de nærmeste måneder bedret de materielle kår seg, så vel som tilværelsen allment. To viktige ting var en ny, fin leilighet i en blokk like ved NTH, og et personlig dosentur ved NTH, opprettet av Stortinget i budsjettet for 1949/50. Som en fin ekstra ting kan nevnes at H.K.H. Kronprinsen hadde vært inne i bildet på en positiv måte. Dette og annet fra de nærmeste måneder ville ha fortjent et eget avsnitt. Men det sløyfes for å gi plass til matematikeren Ernst Jacobsthal. La det også være nevnt at Jacobsthal foreleste hver sommer ved Freie Universität i Berlin-Dahlem, der han ble oppnevnt til borger av Universitetet.

De mest synlige egenskaper ved listen over Jacobsthals arbeider i DKNVS er det store omfanget (over 50 nummer) og det sterke innslaget av elementære artikler. Allment vil disse egenskapene kunne gi opphav til både positive og negative vurderinger. Med det kjennskap vi har til Jacobsthal som matematiker er det ingen tvil om at det positive element bør være det dominerende (men kanskje ikke enerådende) i vurderingen. En liten forklaring: I likhet med mange av sine fagfeller var Jacobsthal en begeistret person: begeistret som menneske, begeistret som matematiker, både for elementærmatematikk (for eksempel for nye bevis for ulikheten mellom aritmetisk og geometrisk middel) og tyngre stoff, slik som for eksempel utregning av koeffisienter i rekkeutviklinger av inverse analytiske funksjoner. Begeistringen kunne føre til opphold i tid, til «sidesporartikler», etc.

I matematikken dukker navnet Jacobsthal opp flere steder. Mest nærliggende er Jacobsthals tall. De er beslektet med tallene i andre kjente rekursjonsformler, spesielt med Lucas-følgen. Dette, og andre viktige egenskaper er beskrevet i Eric Weissteins CRC Concise Encyclopedia of Mathematics, p. 951 [2]. Også Jacobsthal-polynomer og Lucas-polynom-følger er inkludert. I denne encyclopedien er ikke bare definisjonen gjengitt, men også andre egenskaper ved Jacobsthals tall.

En ekstra matematiker til instituttet skulle gi grunnlag for mer matematisk aktivitet, kanskje i form av samarbeid. Samarbeidet synes likevel å være av beskjedent omfang, og de tilløp man kan se har i første omgang ikke vært organisert, men mer ad hoc. Ikke desto mindre har det vært morsomme ting. Vi nevner her to tilfeller:

Liten artikkel av Jacobsthal, (rekke, der leddene inneholder floor-funksjonen). Jacobsthals formodning er at alle partialsummer er ikke-negative tall. Et tilsvarende av Sigmund Selberg i form av en liten artikkel, der Jacobsthals formodning blir bevist.

Flere matematikere (Viggo Brun, J.O. Stubban, J. E. Fjeldstad, R. Tambs Lyche, K. E. Aubert, W. Ljunggren, E. Jacobsthal) hadde uavhengig av hverandre studert differenser mellom binomialkoeffisienter. De ble etter hvert kjent med hverandres arbeid og kom sammen til en stafett på den skandinaviske konferansen i Trondheim i 1949 [1].

Jacobsthal var i hele sitt liv interessert i Euler-Mascheroni-konstanten γ . Interessen startet meget tidlig, og ble mer intens med årene. Han følte at han var meget nær et resultat, der en bestemt utvikling konvergente meget raskt mot γ . En leting blant papirene ga i første omgang intet resultat. Dette var situasjonen da Jacobsthal gikk bort. Etter hans død ville fru Jacobsthal at noen skulle gå gjennom den store haugen av papirer etter Ernst for å finne ut hva som skulle bli tatt vare på. Jacobsthal vitenskapelige assistent fikk denne oppgaven.

Han gjorde sitt beste, men uten særlig resultat i første omgang. Men ved nøyere granskning viste det seg at ett av dokumentene syntes å likne på det savnede Jacobsthal-manuskriptet. Sigmund Selberg fikk se manuskriptet, og kunne etter kort tid bekrefte at det var det savnede papiret. Etter en tids arbeid fikk han tettet igjen hullet, og arbeidet ligger nå som det siste i Jacobsthal liste. Og ganske riktig: Konvergens er svært god.

Ernst og Annemarie Jacobsthal bodde i Trondheim så lenge Ernsts helse tillot det (avbrutt av sykehusopphold). De valgte deretter å flytte til Überlingen ved Bodensjøen, men begge beholdt sine kontakter med Trondheim. Ernst arbeidet med matematikk helt til han gikk bort i 1965. Han ble savnet av mange, likeså Annemarie, som gikk bort noen år senere.

Referanser

- [1] Den 11te skandinaviske matematikerkongress i Trondheim, 1949.
- [2] E. W. Weisstein: *CRC Concise Encyclopedia of Mathematics*, CRC Press 1998.

Ernst Jacobsthal's publikasjoner i Forhandlinger og Skrifter

DKNVS Forhandlinger

Über die Funktionalgleichung $f(x+y) = f(x) + f(y)$. DKNVS Forhandlinger 12, 1939, nr. 20, s. 74-75.

Über den Mittelwertsatz der Integralrechnung. DKNVS Forhandlinger 13, 1940, nr. 8, s. 27-29.

Zur Hauptachsentransformation einer positiv definiten quadratischen Form. DKNVS Forhandlinger 13, 1940, nr. 29, s. 119-122.

- Über die eindeutige Abbildung zweier Bereiche auf einander bei nichtverschwindender Funktionaldeterminante.* DKNVS Forhandling 13, 1940, nr. 30, s. 123-126.
- Correction de quelques erreurs dans la table d'indices de M. Kraitchik.* DKNVS Forhandling 19, 1946, nr. 1, s. 1-2.
- Sur les nombres hypercomplexes.* DKNVS Forhandling 20, 1947, nr. 8, s. 29-32.
- Sur l'inversion d'une série entière.* DKNVS Forhandling 20, 1947, nr. 17, s. 62-65.
- Sur l'inversion d'une série de puissances. I.* DKNVS Forhandling 21, 1948, nr. 4, s. 13-17.
- Sur l'inversion d'une série de puissances. II.* DKNVS Forhandling 21, 1948, nr. 5, 18-21.
- Sur l'inversion d'une série de puissances. III.* DKNVS Forhandling 21, 1948, nr. 31, s. 124-129.
- Sur l'inversion d'une série de puissances. IV.* DKNVS Forhandling 21, 1948, nr. 32, s. 130-135.
- Sur l'inversion d'une série de puissances. V.* DKNVS Forhandling 21, 1948, nr. 33, s. 136-140.
- Sur l'inversion d'une série de puissances. VI.* DKNVS Forhandling 21, 1948, nr. 34, s. 141-144.
- Sur les propriétés d'une classe de séries entières.* DKNVS Forhandling 21, 1948, nr. 6, s. 22-27.
- Sur le nombre d'éléments du groupe symétrique S_n dont l'ordre est un nombre premier.* DKNVS Forhandling 21, 1948, nr. 12, s. 49-51.
- Über die Anzahl von Permutationen von n Elementen die r Inversionen besitzen. I.* DKNVS Forhandling 22, 1949, nr. 10, s. 31-36.
- Über die Anzahl von Permutationen von n Elementen die r Inversionen besitzen. II.* DKNVS Forhandling 22, 1949, nr. 11, s. 37-41.
- Über absolut multiplikative zahlentheoretische Funktionen. I.* DKNVS Forhandling 22, 1949, nr. 12, s. 42-46.
- Über absolut multiplikative zahlentheoretische Funktionen. II.* DKNVS Forhandling 22, 1949, nr. 13, s. 47-50.
- Über eine Formel von Frobenius.* DKNVS Forhandling 22, 1949, nr. 14, s. 51-55.
- Über einige Kongruenzen. I.* DKNVS Forhandling 22, 1949, nr. 15, s. 56-61.
- Über einige Kongruenzen. II.* DKNVS Forhandling 22, 1949, nr. 22, s. 96-101.
- Über einige Kongruenzen. III.* DKNVS Forhandling 22, 1949, nr. 23, s. 102-106.

- Zur Theorie der Bernoullischen Zahlen.* DKNVS Forhandling 22, 1949, nr. 24, s. 107-112.
- Beiträge zur Zahlentheorie. I.* DKNVS Forhandling 22, 1949, nr. 30, s. 137-142.
- Beiträge zur Zahlentheorie. II.* DKNVS Forhandling 22, 1949, nr. 31, s. 143-148.
- Beiträge zur Zahlentheorie. III.* DKNVS Forhandling 22, 1949, nr. 32, s. 149-153.
- Beiträge zur Zahlentheorie. IV.* DKNVS Forhandling 22, 1949, nr. 33, s. 154-158.
- Über einen Satz von Leudesdorf.* DKNVS Forhandling 22, 1949, nr. 41, s. 193-197.
- Zur Theorie der reellen Funktionen.* DKNVS Forhandling 23, 1950, nr. 20, s. 83-86.
- Über eine Determinante.* DKNVS Forhandling 23, 1950, nr. 31, s. 127-129.
- Über das arithmetische und geometrische Mittel. I.* DKNVS Forhandling 23, 1950, nr. 29, s. 122.
- Über das arithmetische und geometrische Mittel. II.* DKNVS Forhandling 25, 1952, nr. 2, s. 5-6.
- Über ein spezielles System simultaner Differentialgleichungen.* DKNVS Forhandling 25, 1952, nr. 19, s. 78-81.
- Über die Klasseninvariante ähnlicher linearer Abbildungen. I.* DKNVS Forhandling 25, 1952, nr. 24, s. 119-124.
- Über die Klasseninvariante ähnlicher linearer Abbildungen. II.* DKNVS Forhandling 26, 1953, nr. 4, s. 10-14.
- Beiträge zur Differentialrechnung. I.* DKNVS Forhandling 27, 1954, nr. 24, s. 146-150.
- Beiträge zur Differentialrechnung. II.* DKNVS Forhandling 28, 1955, nr. 9, s. 42-45.
- Über die grösste ganze Zahl. I.* DKNVS Forhandling 30, 1957, nr. 1, s. 1-5.
- Über die grösste ganze Zahl. II.* DKNVS Forhandling 30, 1957, nr. 2, s. 6-13.
- Über eine zahlentheoretische Summe.* DKNVS Forhandling 30, 1957, nr. 6, s. 35-41.
- Über eine Klasse ganzwertiger Polynome.* DKNVS Forhandling 30, 1957, nr. 8, s. 50-54.
- Über einige Sätze der elementaren Zahlentheorie.* DKNVS Forhandling 31, 1958, nr. 15, 8 s.
- Über einige Eigenschaften der primen Restklassen mod n . I.* DKNVS Forhandling 31, 1958, nr. 16, 6 s.

Zur Theorie der Einheitswurzeln, I. DKNVS Forhandling 31, 1958, nr. 20, s. 125-129.

Zur Theorie der Einheitswurzeln, II. DKNVS Forhandling 31, 1958, nr. 21, s. 130-136.

Über einige Eigenschaften der primen Restklassen mod n. II. DKNVS Forhandling 32, 1959, nr. 5, s. 31-37.

Über Sequenzen ganzer Zahlen, von denen keine zu n teilerfremd ist. I-III. DKNVS Forhandling 33, 1960, nr. 24-26, s. 117-139.

Über Sequenzen ganzer Zahlen, von denen keine zu n teilerfremd ist. IV. DKNVS Forhandling 34, 1961, nr. 1, 7 s.

Über Sequenzen ganzer Zahlen, von denen keine zu n teilerfremd ist. V. DKNVS Forhandling 34, 1961, nr. 24, s- 110-115.

DKNVS Skrifter

Tallteoretiske egenskaper ved binominalkoeffisientene (Avec un résumé en français). DKNVS Skrifter 1942, nr. 4, 28 s.

Über ein Integral aus der Akustik (Von E. Jacobsthal und H. Wergeland). DKNVS Skrifter 1950, I, nr. 3, 18 s.

Über die Kreise, die durch eine gegebene lineare Funktion auf einen konzentrischen Kreis abgebildet werden. DKNVS Skrifter 1953, nr. 3, 22 s.

Über die Eulersche Konstante. DKNVS Skrifter 1967, nr. 11, 24 s.

Abstract

Ernst Jacobsthal (1882 – 1965) got his mathematical education in Berlin, with Staatsexamen and Doctor's degree as natural conclusions. He had a promising start, obtaining positions as Studienrat, Privatdozent and ausserordentlicher Professor. But it did not take long before he could feel the consequences of him being of Jewish decent and the leadership of Germany was taken over by the nazies. He lost his jobs, and had to leave the country. After a formal divorce from his wife Annemarie, who was not Jewish and remained in Berlin to take care of their belongings, he took off, and ended for different reasons in Trondheim. There he got friends and coworkers, and was happy, except for missing Annemarie. But soon it became dangerous for him even in Trondheim, and following an advice from Ralph Tambs Lyche, smuggled out from the concentration camp Falstad, where he was a prisoner of the German police, Jacobsthal escaped to Sweden. Here he stayed the rest of the time of the war in Europe, working partly on his own, partly with Trygve Nagell. When the war in Europe was over, he went back to Trondheim for a reunion with Annemarie. The practical difficulties they had at first were more than compensated by all

friendships they met and their own great attitude. And soon they got a fine apartment near NTH, and Ernst got a personal position as dosent (associate professor). They went into a great period with a lot of good friends, and Ernst was extremely productive in his mathematics, and he published more papers than anyone else in DKNVS Forhandlinger and Skrifter. The very last paper came after his death, by help of Sigmund Selberg. Unfortunately Ernst's health deteriorated. He was hospitalized, and after a while they had to leave for a warmer place, which was Überlingen by the Bodensee. That was their last home. Except for health problems, they were happy there, and Ernst went on with his mathematics all the time.

