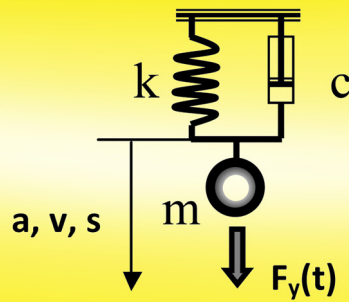


Foreløpig utgave  
pr 21.10.11

Under bearbeiding



Forfatter: Carl Martin Larsen

# Krefter og bevegelser på marine konstruksjoner

Havromsteknologier

## Innhold:

Repetisjon fra fysikken.....	3
Grunnleggende begreper i dynamikken.....	4
Frie svigninger uten demping.....	5
Frie svigninger med demping.....	7
Indusertesvigninger.....	8
Dynamiske laster.....	11
Lastevirkning.....	15
Slanke marine konstruksjoner.....	17

***Skip og andre marine konstruksjoner utsettes for krefter fra strøm, bølger og vind. Konstruksjonene må derfor utformes på en slik måte at de kan motstå disse kreftene uten å skades.***

Kunnskap om krefter og kreftenes virkning på konstruksjoner er derfor en viktig forutsetning for å kunne operere trygt under vekslende forhold på havet. I dette kapitlet skal vi se spesielt på hvordan vi kan beregne virkning av krefter som varierer med tiden. Dette fagområdet kaller vi gjerne "dynamikk". Ordet er avledet fra det greske ordet "dynamis" som betyr kraft.

## MÅL

# Krefter og bevegelser på marine konstruksjoner

## Repetisjon fra fysikken:

### Newtons tre lover

Newton levde på 1600-tallet og var datidens største vitenskapsmann. Han formulerte tre lover som er grunnlaget for forståelsen av dynamikk.

- Newtons første lov sier at når summen av alle kreftene som virker på en gjenstand er null, er gjenstanden i ro eller beveger seg med konstant fart langs en rett linje. En slik tilstand kalles gjerne for "statisk likevekt".

For et skip som ligger i ro i stille vann vil det være likevekt mellom skipets vekt og oppdrift. Begge disse kreftene vil være vertikale. Dersom det er strøm i vannet og skipet er fortøyd med et horisontalt tau, vil det være likevekt mellom strømkreftene på skipet og krafta i tauet.

- Newtons andre lov sier at når et legeme påvirkes av en ytre kraft  $F$  i tillegg til de kreftene som opptrer i statisk likevekt, vil legemet få en akselerasjon (hastighetsendring) i kraftas retning. Denne loven skriver vi gjerne

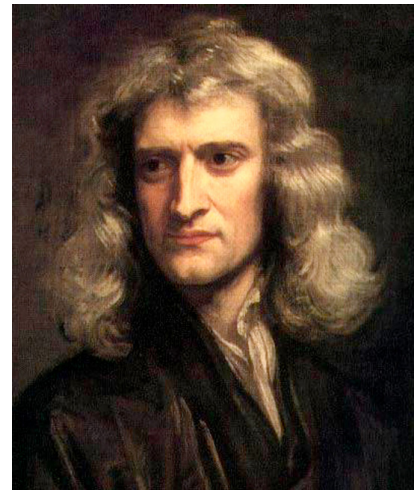
$$F = m \cdot a \quad (1)$$

Her er  $F$  tilleggskrafta med enhet Newton (N),  $m$  er massen med enhet kilogram (kg) og  $a$  er akselerasjonen som uttrykker hastighetsendring og benevnes meter per sekund i sekundet ( $m/s^2$ ). Merk at kraftenheten N ikke er en grunnenhet i SI-systemet. Benytter vi bare grunnenhetene ser vi av ligninga at kraft har benevningen  $kg \cdot m / s^2$ .

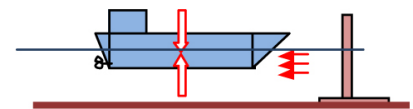
En følge av denne loven er at dersom et skip ligger i ro og starter propellen, vil propellens skyvekraft  $F_P$  gi skipet en akselerasjon  $a$ . Skipets hastighet vil øke inntil motstanden  $F_M$  blir like stor som skyvekrafta fra propellen. Dermed har vi fått en ny likevektstilstand, men nå med en konstant hastighet.

- Newtons tredje lov kalles "Loven om aksjon og reaksjon" og sier noe om hvordan kreftene mellom to legemer vil være. Loven sier at dersom to legemer virker på hverandre med krefter, er kraften på det ene legemet like stor men motsatt rettet den kraften som virker på det andre legemet.

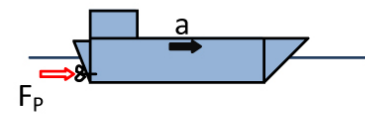
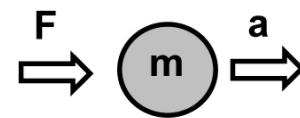
Denne loven kan vi bruke for å se på kreftene som virker når en båt sleper en annen båt. Slepebåtens propell må gi en skyvekraft som er summen av krafta i slepelina og slepebåtens egen motstand, mens kraften i slepelina vil være like stor som motstanden for den båten som slepes.



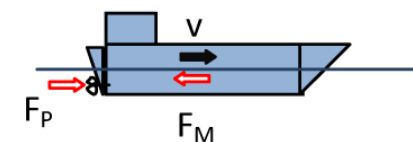
Isaac Newton (1642 - 1727)



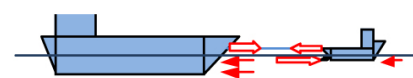
Vekt og oppdrift er i likevekt  
Strømkraft og kraft i fortøyning er i likevekt



Propellen starter og gir skyvekraft  $F_P$  og skipet får en akselerasjon  $a$



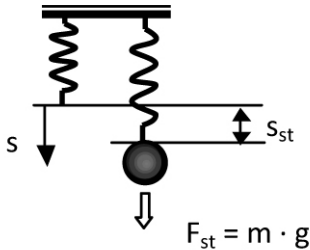
Skipet har fått konstant fart, og motstanden er nå  $F_M$



Slepebåtens propellkraft er i likevekt med slepebåtens motstand og krafta i slepelina. Krafta i slepelina sett fra skipet som slepes er i likevekt med motstanden for dette



# Grunnleggende begreper i dynamikken



Loddet som henger i ei fjær

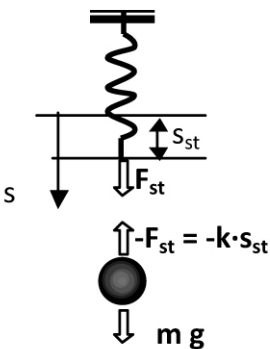
## Deformasjoner og fjærstivhet

Vi skal nå benytte disse lovene til å beskrive det som skjer når det oppstår en dynamisk tilstand, eller en svingning. Utgangspunktet er et lodd som henger i ei fjær. Det er ingen bevegelse. Vi har en *statisk* tilstand. Loddet har en masse  $m$  (kg) og påvirkes av tyngdekrafta slik at krafta  $F_{st}$  i fjæra blir

$$F_{st} = m \cdot g \quad (2)$$

Her er  $g$  er tyngdens akselerasjon som på jorda er omlag  $9.81 \text{ m/s}^2$ . Fjæra har en *stivhet* som forteller hvor stor kraft som må til for at fjæra skal få en lengdeforandring på 1 meter. Fjærstivheten kalles gjerne  $k$  og har benevnningen N/m. Sammenhengen mellom den statiske forskyvningen  $s_{st}$  og vekten av loddet  $F_{st}$  er gitt av

$$s_{st} = F_{st} / k \text{ eller } F_{st} = k \cdot s_{st} \quad (3)$$



Likevekt for lodd som henger i ei fjær

Merk at vi nå bruker begrepet "vekt" for den krafta fjæra føler fra massen når massen utsettes for *tyngdes akselerasjon*  $g$ .  $g$  er den akselerasjonen en masse vil få dersom den faller fritt (uten luftmotstand) i jordas gravitasjonsfelt. Dersom vi flytter loddet og fjæra til månen, vil loddets masse være uforandret. Men fjæra vil få en mindre forlengelse fordi loddets vekt er mindre på månen der tyngdens akselerasjon bare er  $1.63 \text{ m/s}^2$ .

I denne tilstanden er det likevekt mellom vekta av loddet og krafta i fjæra. Merk at fjæra opplever at krafta  $F_{st}$  er rettet nedover, mens for loddet virker den samme krafta oppover. Dette er et uttrykk for Newtons 3. lov: Aksjonskrafta er tyngdekrafta av loddet  $m \cdot g$ , mens reaksjonskrafta er fjærkrafta  $k \cdot s_{st}$ . Disse kreftene er like store, men de har motsatt retning. Summen av de to kreftene er null, systemet er i likevekt:

$$m \cdot g = k \cdot s_{st} \text{ eller } m \cdot g - k \cdot s_{st} = 0 \quad (4)$$



Heinrich Rudolf Hertz  
(1857 – 1894)

## Frekvens og vinkelfrekvens

Vi ser ofte at man benytter frekvensen i stedet for perioden til å karakterisere svingningen. Frekvensen uttrykker antall svingeperioder pr sekund og beregnes med formelen

$$f_E = \frac{1}{T_E} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (14)$$

Enheten for frekvens er Hertz og forkortes Hz. Den har fått sitt navn etter den tyske fysikeren Heinrich Rudolf Hertz, som ga viktige bidrag til vitenskapen om elektromagnetisme.

# Frie svingninger uten demping

Mens loddet henger i ro tar vi tak i det og drar det nedover et lite stykke  $s_0$ . For å gjøre dette må vi dra med ei kraft som er bestemt av fjærstivheten:

$$F_0 = k \cdot s_0 \quad (5)$$

$F_0$  er ei ytre kraft, og når vi holder loddet i denne posisjonen er det likevekt mellom krafta i fjæra og summen av loddets vekt og den krafta vi holder loddet med. Den totale krafta i fjæra er altså:

$$F_{\text{tot}} = F_{\text{st}} + F_0 = k \cdot (s_{\text{st}} + s_0) \quad (6)$$

Ut fra ligningene (6) og (2) ser vi at

$$m \cdot g + F_0 - k(s_{\text{st}} + s_0) = 0 \quad (7)$$

Summen av alle kreftene er null, systemet er nok en gang i likevekt. I denne tilstanden slipper vi loddet. Det som da vil skje er at loddet begynner å bevege seg oppover og deretter nedover for så å gå oppover igjen; det oppstår en svingning. Vårt statiske system er blitt dynamisk. La oss se nærmere på hvordan vi kan beskrive det som skjer ved hjelp av Newtons lover.

Idet vi slipper loddet vil krafta som vi måtte ha for å holde loddet nede forsvinne. Krafta i fjæra vil være uforandret i dette øyeblikket, for fjæra har jo ikke forandret sin lengde. Dette betyr at det nå ikke er likevekt mellom vekta av loddet og krafta fra fjæra. Den ubalanserte krafta er rettet oppover og har samme størrelse som den opprinnelige holdekrafta:

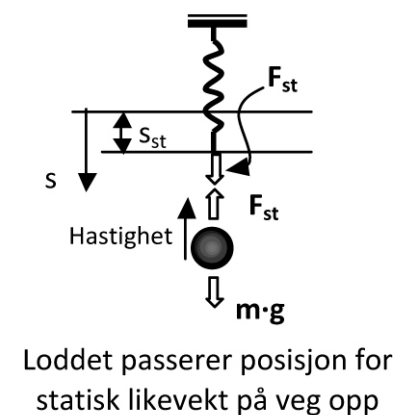
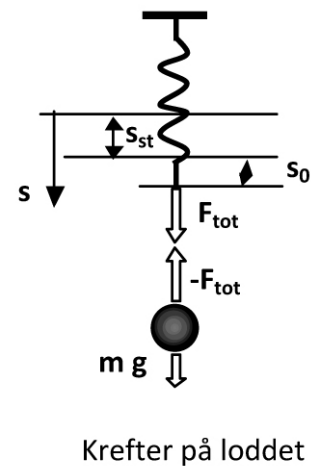
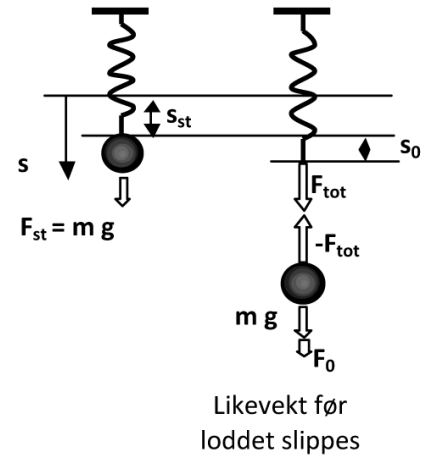
$$F_{\text{ubal}} = m \cdot g - F_{\text{tot}} = m \cdot g - k(s_{\text{st}} + s_0) = -k \cdot s_0 \quad (8)$$

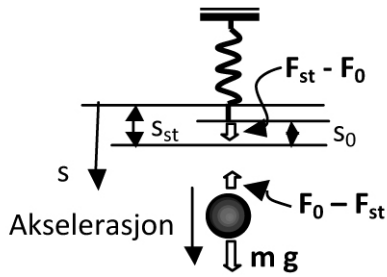
Den ubalanserte krafta er negativ fordi den er rettet oppover, altså i motsatt retning av positiv forskyvning. Denne krafta vil føre til at loddet akselererer oppover. Akselerasjonen kan finnes fra Newtons 2. lov. Kraft = masse  $\times$  akselerasjon kan nå skrives:

$$-k \cdot s_0 = m \cdot a_0, \quad \text{eller:} \quad a_0 = -k \cdot s_0 / m \quad (9)$$

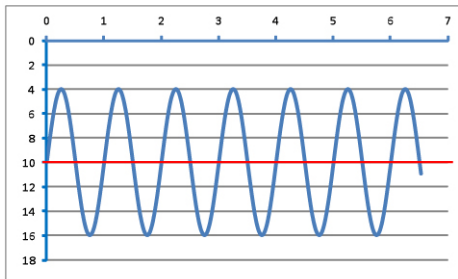
Etter hvert som loddet beveger seg oppover vil krafta i fjæra avta slik at også akselerasjonen avtar. Når loddet passerer det punktet der det hang i statisk likevekt uten at vi dro det nedover, vil fjærkrafta være like stor som vekta av loddet. Loddet vil da ikke lenger ha en akselerasjon, og det er tilsynelatende i likevekt. Men loddet har nå fått en hastighet oppover. I følge Newtons 1. lov kan denne hastigheten ikke endres uten at loddet påvirkes av nye krefter. Loddet vil altså fortsette sin bevegelse oppover.

Denne bevegelsen fører til at fjærkrafta blir redusert, noe som betyr at loddets vekt - som virker nedover - blir større enn fjærkrafta som virker oppover. Vi får altså et kraftoverskudd nedover, noe som må bety at det oppstår en akselerasjon i samme retning.

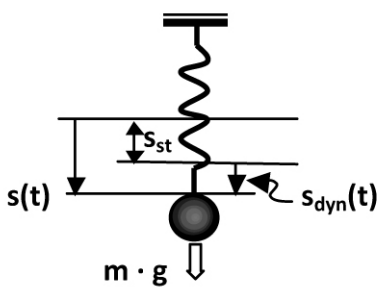




Krefter på loddet når det har maksimal forskyvning oppover



Fri svingning uten demping



Ettersom loddet nå har en hastighet oppover vil akselerasjonen fortone seg som en retardasjon. Hastigheten minsker og fører til at loddets hastighet etter hvert blir null. Dette skjer når loddet er kommet like langt oppover fra den statiske likevektstilstanden som det ble trukket nedover til det punktet der vi slapp loddet slik at bevegelsen startet.

På dette tidspunktet vil fjærkrafta være mindre enn vekten av loddet. Loddet har dermed en ubalansert kraft nedover og vil akselerere i den retningen. Loddet vil nok en gang passere den statiske likevektsposisjonen. Nå har det fått en nedover rettet hastighet som gjør at loddet fortsetter å bevege seg nedover. Fjærkrafta vil øke og bli større enn vekta av loddet. Vi får en retardasjon slik at hastigheten minsker og blir null når loddet kommer ned til det punktet der vi opprinnelig holdt det før vi slapp det løs. Nå er loddet i samme tilstand som i utgangspunktet slik at de samme bevegelsene vil gjenta seg. Prosessen vil altså fortsette som en periodisk svingning. Ettersom det ikke er noen ytre krefter som påvirker forløpet, kalles dette en fri svingning. Vi ser at den statiske posisjonen nå blir en middelværdi for massens bevegelser (markert med rød strek på figuren). Det største utslaget fra denne posisjonen kalles svingingens amplitude.

For et vilkårlig tidspunkt  $t$  gjelder

$$-k \cdot s(t) + m \cdot g = m \cdot a(t) \tag{10}$$

Vi kan nå benytte oss av ligning (4) og får

$$-k \cdot s(t) + k \cdot s_{st} = m \cdot a(t) \tag{11}$$

Uttrykker  $s(t) - s_{st}$  blir den dynamiske forskyvningen som vi kan kalle  $s_{dyn}(t)$ . Dermed kan ligning (11) skrives som:

$$-k \cdot s_{dyn}(t) = m \cdot a(t) \tag{12}$$

Denne ligninga gir en direkte sammenheng mellom den dynamiske forskyvninga og akselerasjonen for vilkårlige tidspunkt.

Tidsrommet mellom hver gang loddet kommer tilbake til startposisjonen, kalles svingningens egenperiode. Denne benevnes ofte som TE og er bestemt av massen og fjæras størrelser. Egenperioden kan beregnes med formelen

$$T_E = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \tag{13}$$

Dersom massen settes inn i formelen som kg og stivheten som N/m, får vi egenperioden i sekund. Formelen forteller oss at egenperioden vil øke når massen øker, systemet blir tregere. Dersom fjæra blir stivere, blir perioden redusert – vi får en raskere svingning.

# Frie svingninger uten demping

Dersom vi gjør forsøket med massen og fjæra vil vi se at loddets bevegelser vil avta over tid. Loddet kommer ikke helt ned til det stedet der svingningen startet, og etter en tid vil loddet henge i ro i sin opprinnelige statiske likevektstilstand. Dette skyldes det vi kaller demping og betyr at den energien loddet og fjæra hadde tappes fra systemet. For vårt lodd vil det være luftmotstanden som er det viktigste dempingsbidraget, og energien vil gå over til varme i lufta. Denne typen svinging kalles en dempet fri svinging.

Et velkjent eksempel på en kombinasjon av demper og fjær er støtdempere i biler. Hensikten med å ha støtdempere er å sørge for at karosseriet kan bevege seg i forhold til understellet når bilen kjører over en hump. Samtidig er det viktig at bevegelsen stopper opp så raskt som mulig etter at humpen er passert. Støtdempere i biler gir derfor en stor demping.

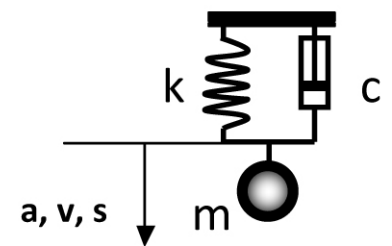
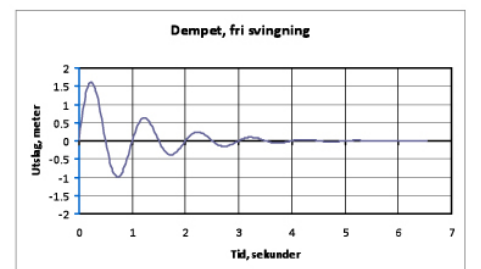
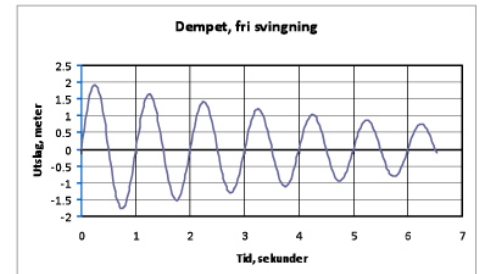
Demping vil vi beskrive som ei kraft  $F_D$  som alltid virker i motsatt retning av hastigheten, og som øker proporsjonalt med hastigheten. Sammenhengen mellom dempingskrafta  $F_d(t)$  og hastigheten  $v(t)$  er da gitt av formelen

$$F_d(t) = -c \cdot v(t) \quad (15)$$

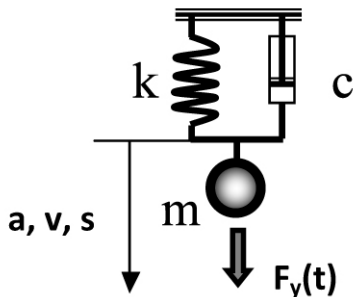
Her er  $c$  en dempingskoeffisient. Ettersom  $F_D$  har enheten N, må benevnelsen for  $c$  være N/(m/s). Produktet av  $c$  og hastigheten  $v$  blir dermed en kraft med enheten N. Minustegnet i formelen er en følge av at krafta fra en demper alltid er rettet mot hastigheten. Summen av krafta i fjæra og krafta i demperen vil være en ubalansert kraft som vil gi massen en akselerasjon. Sammenhengen mellom forskyvning, hastighet og akselerasjon kan da skrives:

$$-c \cdot v(t) - k \cdot s(t) = m \cdot a(t) \quad (16)$$

Fortegnene forteller oss at når hastighet er positiv (rettet nedover på figuren), vil krafta fra demperen slik massen merker den være negativ. Tilsvarende vil en positiv forskyvning før til at massen merker ei negativ kraft fra fjæra. Dersom summen av krafta i demper og fjær er negativ, betyr det at den ubalanserte krafta er negativ slik at akselerasjonen  $a(t)$  også blir negativ, altså rettet oppover.



# Induserte svingninger



Vi har hittil sett på krefter i fjæra og demperen og funnet en sammenheng mellom disse og massens akselerasjon. De to kreftene kaller vi gjerne "indre krefter" da de er bestemt av egenskapene til det systemet vi ser på. Ytre krefter på marine konstruksjoner kommer gjerne fra bølger og vind, og vi skal nå se hvordan vi kan ta med slike krefter i vår dynamiske analyse.

Dersom vi har ei ytre kraft som varierer med tiden,  $F_y(t)$ , må vi legge denne sammen med de øvrige kreftene for å finne hvilken akselerasjon massen vil få. Vi kan altså skrive

$$-c \cdot v(t) - k \cdot u(t) + F_y(t) = m \cdot a(t) \quad (17)$$

Denne ligninga ser unektelig litt uryddig ut. Vi har tre ukjente størrelser - nemlig forskyvning  $s$ , hastighet  $v$  og akselerasjon  $a$  - og vi må tilsynelatende kjenne både hastighet, forskyvning og ytre kraft for å finne ubalansert kraft og dermed kunne beregne akselerasjonen. Det var den franske vitenskapsmannen d'Alembert som først fant en måte å løse problemet på. Han innså at  $m \cdot a$ -leddet tilsynelatende blir ei kraft, og at denne "krafta" kan inngå i ligninga på samme måte som krafta i fjæra og demperen. Dermed kunne han skrive ligninga slik:

$$m \cdot a(t) + c \cdot v(t) + k \cdot s(t) = F_y(t) \quad (18)$$

Denne ligninga kalles gjerne "dynamisk likevektsligning" selv om  $m \cdot a$ -leddet egentlig ikke er ei kraft, men uttrykker Newtons første lov om hva som skjer når en masse utsettes for ei ubalansert kraft. Men problemet er ikke løst med dette. Dersom vi kjenner den ytre lasta vil ligninga inneholde tre ukjente størrelser:  $a(t)$ ,  $v(t)$  og  $s(t)$ . For å finne ei løsning må vi alltid ha like mange ligninger som ukjente. I prinsippet kan vi finne to nye ligninger fra definisjonen av hastighet og akselerasjon. Hastighet er den deriverte av forskyvningen med hensyn på tid, og akselerasjon er den deriverte av hastigheten:

$$v = \frac{ds}{dt}, \quad a = \frac{dv}{dt} \quad (19)$$

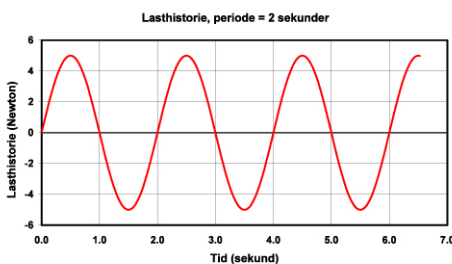
Den typen ligning vi nå får, kalles differensialligning. Vi skal ikke gå inn på hvordan vi kan finne en løsning, men bare gi en kort beskrivelse av viktige egenskaper for enkle dynamiske systemer. Vi begrenser diskusjonen til tilfeller der lasta kan beskrives som en sinus-funksjon:

$$F(t) = F_0 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T_L} t\right) \quad (20)$$

Her er  $F_0$  lastas største verdi, som vi kaller lastas amplitude, og  $T_L$  er lastas periode. Tidsvarierende funksjoner av typen sinus og cosinus kalles gjerne harmoniske funksjoner. Det er verd å merke seg at fri udempet svinging som er omtalt tidligere også er en slik harmonisk funksjon.



Jean le Rond d'Alembert  
(1717 – 1783)



Last gitt som sinus-funksjon

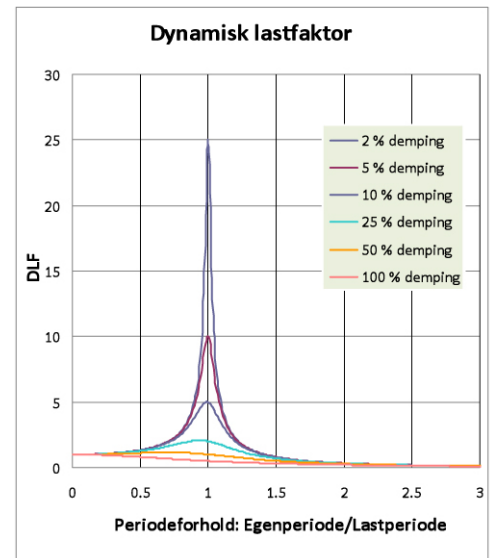


Et system som utsettes for en tidsvarierende last som kan beskrives med en harmonisk funksjon (f.eks. ligning 20) vil få en svingning som kan beskrives på samme måte, altså som en harmonisk funksjon. Perioden for denne svingningen vil være den samme som for lasta. Amplituden for denne svingningen kan finnes fra formelen

$$s_0 = \frac{F_0}{k} \cdot \text{DLF} \quad (21)$$

Her er  $F_0$  amplituden for lasta,  $s_0$  er amplituden for bevegelsen og  $F_0/k$  den forskyvningen som vil oppstå dersom systemet var utsatt for en statisk last med verdi  $F_0$ , se ligning (3). DLF blir da en "Dynamisk LastFaktor" som er bestemt av forholdet mellom egenperioden og lastas periode,  $T_E/T_L$ , og dempingskoeffisienten  $c$ . Figuren viser hvordan DLF varierer med periodeforholdet  $T_E/T_L$  for ulike dempingsverdier.

Vi ser av figuren at responsen kan bli svært stor for et periodeforhold nær 1.0. For dette periodeforholdet har vi resonans. Vi ser også at dersom egenperioden blir vesentlig kortere enn lastperioden (eller lastperioden vesentlig lengre enn egenperioden), blir  $\text{DLF} = 1.0$ . Dersom lastperioden er svært kort (egenperioden lang), får vi liten respons i forhold til den forskyvningen lasta ville gitt dersom den var konstant over tid (statisk last). En annen observasjon er at ulike verdier for demping gir helt ulike respons nær resonans, men demping betyr lite dersom vi har periodeforhold lavere enn 0.4 eller høyere enn 1.8 (omtrentlige verdier).

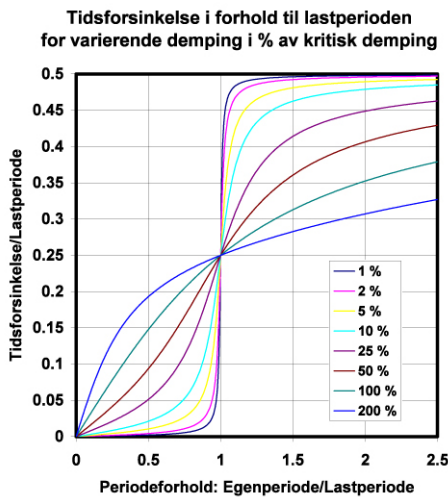
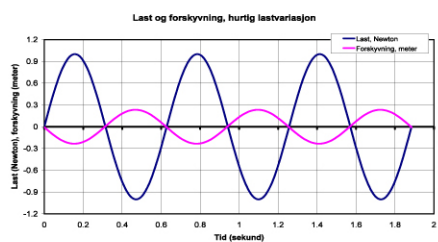
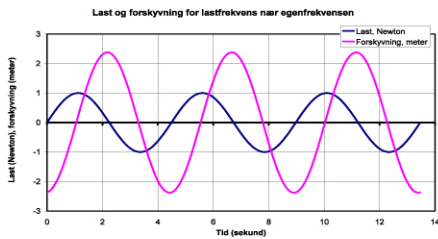
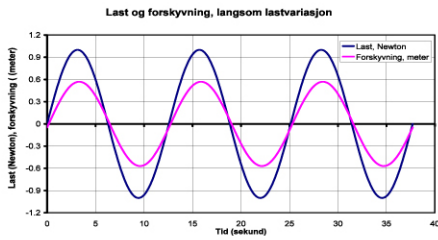


Vi kan finne den matematiske formelen for den dynamiske lastfaktoren ved å løse ligning (17) for en tidsvarierende last som er gitt som en sinus-funksjon, se ligning 20 . Resultatet blir:

$$\text{DLF} = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{T_E}{T_L}\right)^2\right)^2 + \frac{c^2}{m \cdot k} \left(\frac{T_E}{T_L}\right)^2}} \quad (22)$$

I figuren for dynamisk lastfaktor er dempingen oppgitt i %. Dette er den vanligste måten å karakterisere demping på, og refererer seg til hvor stor dempingen er i forhold til en demping som fører til at fri svinging vil stoppe opp i løpet av første svingeperiode. Formelen for demping i prosent er gitt som

$$\text{Demping i \%} = 100 \cdot \frac{c}{2\sqrt{m \cdot k}} \quad (23)$$



Dersom vi observerer tidsforløpet for last og forskyvning vil vi se at de to størrelsene ikke varierer synkront; forskyvningen ser ut til å være litt forsinket i forhold til lasta. Tidsforsinkelsen kan vi måle ved å se hvor lang tid det går fra lasta har hatt en maksimalverdi til forskyvningen får sin maksimalverdi. Dersom vi varierer lastas amplitude og frekvens, vil vi se at tidsforsinkelsen vil endre seg når frekvensen endres, men ikke når lastamplituden endres. Dette er illustrert på de tre figurene som viser last og forskyvning som funksjon av tida når lastamplituden holdes konstant, men lastfrekvensen varierer.

Den øverste figuren viser dette for en langsomt varierende last. Her er tidsforsinkelsen liten. Forskyvningen er nesten i fase med lasta. Systemet oppfører seg nesten statisk; vi benytter gjerne begrepet "kvasi-statisk respons" om dette. Forskyvningen varierer nok med tiden, men responsen følger lasta og den dynamiske lastfaktoren er nær 1.

På den neste figuren er lastfrekvensen nær egenfrekvensen. Tidsforsinkelsen er nå blitt omlag en kvart periode. Lasta har rukket å bli nær null når forskyvningen har sin største verdi. Vi ser også at forskyvningens amplitude har øket kraftig, noe som er en direkte følge av at dynamisk lastfaktor nå er stor, jamfør figuren på forrige side.

Den nederste av de tre figurene viser tidsforløpene når lastas frekvens er vesentlig høyere enn systemets egenfrekvens. Nå er lasta og forskyvningen i motfase. Når lasta har sin største positive verdi, er forskyvningen stor og negativ. Responsen ligger en halv periode bak lasta. Amplituden er nå blitt lavere enn i de to foregående tilfellene. Den dynamiske lastfaktoren er liten fordi systemet nå er for tregt til at det klarer å følge med i lastas hurtige variasjon. Merk at forskyvningens frekvens alltid er den samme som lastfrekvensen, men den høye frekvensen fører til at amplituden blir liten.

Lastas amplitude påvirker ikke tidsforsinkelsen mellom last og forskyvning, men dempningsnivået gjør det. Ved å variere demping og frekvens kan vi finne tidsforsinkelsen som funksjon av begge disse størrelsene. Dette er vist på den neste figuren. Hver kurve viser forholdet mellom tidsforsinkelsen og lastperioden når forholdet mellom egenperioden og lastperioden varierer. Figuren viser slike kurver for flere dempningsnivå. Dersom periodeforholdet er lavt (langsom variasjon av lasta) er tidsforsinkelsen liten. Ved resonans kommer forskyvningen alltid en kvart periode etter lasta. Dersom lastvariasjonene blir raske – at lastperioden blir langt kortere enn egenperioden – vil tidsforsinkelsen bli halve perioden for lave dempningsnivå. Last og forskyvning kommer altså i motfase. Det er viktig å kjenne til disse forholdene for å forstå hvordan marine konstruksjoner oppfører seg når de utsettes for bølgekrefter.

# Dynamiske laster

Skip og marine konstruksjoner utsettes for tidsvarierende laster fra flere ulike kilder. Vi skal her gi en kort oversikt over de viktigste dynamiske lasttypene og forklare hvordan typiske konstruksjoner vil oppføre seg når de utsettes slike laster.

## Havbølger

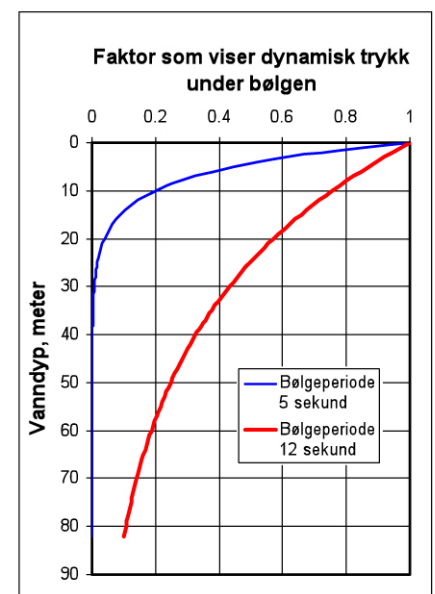
Havbølger er utførlig beskrevet i Kapittel XX. Vi skal her bare gi en stikkordsmessig beskrivelse av de viktigste forhold som har betydning for dynamiske krefter.

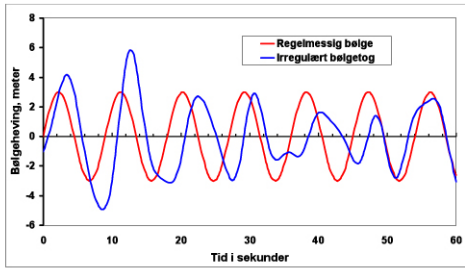
- Havbølger skapes av vind, men det er tyngdekrafta som bestemmer bølgenes form og vandring
- Bølgelengden  $L$  er avstanden mellom to bølgetopper. Bølgeperioden  $T$  er tiden det tar fra en bølgetopp passerer et visst sted til den neste bølgetoppen kommer på det samme stedet. Sammenhengen mellom bølgeperioden og bølgelengden på dypt vann er gitt ved

formelen 
$$L = \frac{gT^2}{2\pi}$$

Her er  $g$  tyngdens akselerasjon. Med "dypt vann" menes at vanddypet er større enn bølgelengden.

- De bølgene som har betydning for vanlige skip og marine konstruksjoner har perioder mellom 4 og 25 sekunder. Dette betyr at bølgelengdene varierer mellom 25 og 975 meter.
- De høyeste bølgene som vi forventer å se i norske farvann er omlag 32 meter fra bølgedal til bølgetopp. En slik bølge har en periode på omlag 15 sekunder. Bølgelengden vil da være 350 meter.
- Bølger med lengre perioder enn 20 sekunder er vanligvis dønninger med langt mindre bølgehøyder enn de største bølgene.
- Bølger med lange perioder påvirker trykk og gir vannbevegelser langt nedover i dypet, mens bølger med kort periode dempes ut på et langt mindre dyp. En bølge med 15 sekunders periode vil merkes helt ned til 150 meters dyp, mens en bølge med 4 sekunders periode bare skaper merkbare bevegelser ned til 10 meter.





- Havbølger er uregelmessige slik at de bølgene som opptrer i en gitt situasjon inneholder mange bølgefrequenser. Dette har stor betydning for hvordan bølgene påvirker skip og marine konstruksjoner. For å beskrive slike bølger må vi bruke statistikk, men vi vil ikke gå inn på teorien for denne typen beregninger her.

## Vind

Vind beskrives gjerne ved å oppgi en midlere vindhastighet og en karakteristisk verdi for vindkast. Eksempel: "Vindhastighet 20 m/s med 30m/s i kastene". Dette tolker vi som at vi har en midlere hastighet på 20 m/s, og en dynamisk variasjon med karakteristisk amplitude på 10 m/s. Middelvinden vil gi en konstant (statisk) kraft på en konstruksjon, mens vindkastene vil gi tidsvarierende (dynamiske) krefter.

Den dynamiske vindhastigheten er i likhet med bølger uregelmessig og vi må derfor benytte statistikk når vi skal beskrive vind.

## Strøm

Havstrømmer kan deles i flere typer

- Globale strømmer som styres av temperaturforskjeller på jordkloden, de store kontinentenes beliggenhet og jordrotasjonen. Golfstrømmen er en slik global havstrøm.
- Lokale havstrømmer som styres av vannmengder fra de store elver, ulik saltinnhold og lokal geografi. Den norske kyststrømmen, som har sitt utgangspunkt i Østersjøen, er en slik strøm. Det er et upresist skille mellom globale og lokale havstrømmer.
- Strøm som skyldes tidevann er egentlig en gravitasjonsbølge som går rundt jordkloden og som har to bølgetopper. Den skaper høyvann omtrent to ganger i døgnet. Tidevannstrømmen er ikke kraftig i de store havrommene, men kan bli meget sterk på grunn av lokal geografi. I Norge har vi flere eksempler på de. Saltstrømmen ved Bodø er kanskje den mest kjente.



- Vinddrevet strøm skyldes skjærkrefter (friksjon) mellom luft og vann. Strømretningen vil avvike fra vindens retning. Denne strømkomponenten vil bygges opp gradvis av vedvarende vind, og vil fortsette noe tid etter at vinden har sluttet å blåse.
- Spesielle hendelser, f.eks. virvelavløsning i globale strømfelt ved spesielle kystformasjoner eller plutselige "fallstrømmer" fra grunt vann ned til store havdyp som følge av forskjeller i tetthet. Denne typer strømmer kan bli meget kraftige, men har kort varighet og liten geografisk utbredelse.

Tidsvarierende strøm kan nok skape problemer for visse typer marine operasjoner, men vi vil vanligvis ikke se på dette som dynamiske effekter fordi endringene skjer langsomt. En stabil strøm vil imidlertid føre til virvelavløsning rundt konstruksjoner, og slike virvler vil gi tidsvarierende krefter som kan gi vesentlig dynamisk respons. Perioden for virvelavløsning rundt en sirkulær sylinder,  $T_v$ , kan beregnes ut fra formelen

$$T_v = 5 \frac{D}{U}$$

Her er  $U$  strømhastigheten i m/s og  $D$  diameteren på sylindere i meter. Faktoren 5 er bestemt ut fra observasjoner av virvelavløsning.

Det vil oppstå krefter på tvers av strømretninger med samme periode som virvelavløsningen. Slike krefter er ikke store i forhold til bølgekrefter, men ved resonans kan de likevel gi store bevegelser. Denne typen bevegelser er et problem for lange, slanke rør av ulik type, men også for spesielle plattformer.

## Andre dynamiske lasttyper

**Jordskjelv** medfører vertikale og horisontale bevegelser av sjøbunnen og vil gi svingninger i konstruksjoner som står der dette skjer. Jordskjelv er sjeldne i havområdene rundt Norge, og de som opptrer har lav intensitet. Likevel må plattformer på norsk sokkel kontrolleres slik at man er sikker på at de tåler de jordskjelvene vi tror kan komme. Det er imidlertid få eksempler på at jordskjelv har hatt betydning for utformingen av våre konstruksjoner.

**Tsunami** er en type havbølger som skapes av jordskjelv. Det er store vertikale forskyvninger av havbunnen som er spesielt farlige. En tsunami er helt ufarlig – knapt merkbar - på stort vandyp, men når bølgen når inn mot land kan den få meget

dramatiske følger. Bølgen kan bli svært høy og skylle langt innover land. Det er bunnforholdene i strandsonen som avgjør hvor farlig en tsunami er. Det er spesielt områder der vandypet øker gradvis over en lang strekning fra land som er spesielt utsatt.

**Kollisjon** mellom to skip eller mellom skip og plattform skjer, men heldigvis sjeldent. Slike støt vil kunne gi skader på både skip og plattform, og bare en dynamisk analyse kan gi svar på hvor store skadene kan bli. Alle plattformer på norsk sokkel er utformet for å tåle kollisjoner av en viss størrelse uten at det fører til havari.

**Gjenstander som faller** vil gi en dynamisk belastning der fallet ender. Det oppstår en kortvarig last av samme type som ved en kollisjon. Det er spesielt viktig å beskytte bunninstallasjoner for oljeproduksjon mot fallende gjenstander. Krav om slik beskyttelse er gjennomført på norsk kontinentalsokkel.

**Ekspløsjon** er en annen type hendelse som gir en kortvarig dynamisk last. Eksplosjoner i et lukket rom vil føre til store skader, og eksplosjoner har ført til flere totalhavari av skip. Det er mulig - men ikke vanlig - å utføre dynamiske beregninger av konstruksjoner utsatt for eksplosjoner. Risiko knyttet til eksplosjoner blir heller redusert ved å satse på å forhindre at det skjer, og unngå at eksplosjonsfarlige områder lukkes inne. Eksplosjon i friluft kan selvsagt også gjøre skade, men i langt mindre grad enn i et lukket rom.

**Kranoperasjoner** utføres ofte i forbindelse med feltutbygging til havs. En tung last som henger i en wire vil være et dynamisk system der wiren blir fjæra som massen henger i. En wire er jo normalt ganske stiv, men når den blir lang nok får den en betydelig elastisitet. Dersom kranen står på et skip som beveger seg i bølger, kan bevegelsene forsterkes slik at lasta får større bevegelser enn skipet. Dette er spesielt viktig ved installasjon av bunninstallasjoner for olje- og gassproduksjon på store vandyp.

I det følgende vil det bli gitt en kort diskusjon omkring bølgers virkning på skip og utvalgte marine konstruksjoner.

# Lastvirkning

## Dynamisk respons for faste plattformer

Demping i stål- og betongkonstruksjoner er normalt under 5%. Vi vet at disse konstruksjonene vil bli utsatt for store bølgekrefter. Dette betyr at disse konstruksjonene må unngå resonans i frekvensområdet der bølgekreftene er store. I praksis betyr det at egenperiodene må være kortere enn 4-5 sekunder.

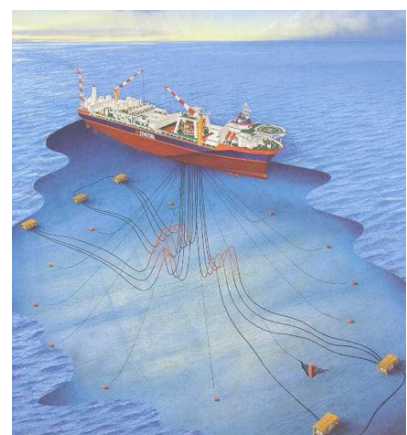
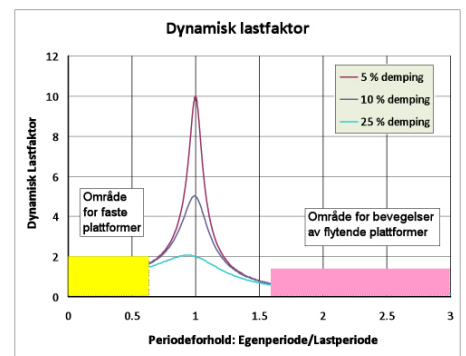
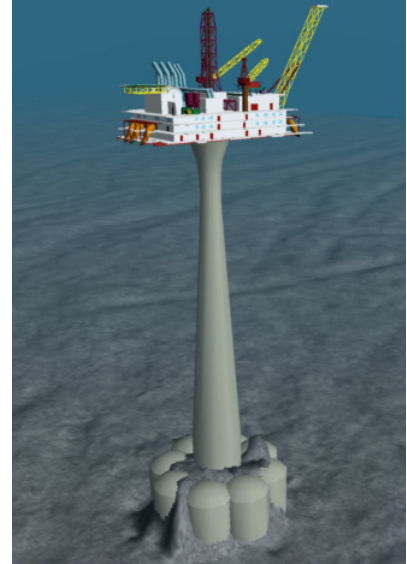
Vi skal ikke gå inn på hvordan egenperioder for faste plattformer kan beregnes. Vi nøyer oss med å slå fast at dersom en plattform forlenges uten at konstruksjonen forsterkes, vil egenperioden øke proporsjonalt med kvadratet av lengden. Økt vanddyb betyr derfor at konstruksjonen må få en betydelig forsterking. Dette vil bli kostbart, noe som gjør at flytende produksjonsanlegg blir foretrukket på store dyp. På Trollfeltet er vanddypet 330 meter. Betongplattformen som står der er den største på norsk sokkel, og det vil nok aldri bli installert en fast plattform på dypere vann enn dette hos oss. Trollplattformen har en egenperiode på omlag 4 sekunder og er altså på grensen for hva som kan godtas.

## Bevegelse av flytende konstruksjoner

For faste plattformer er det altså viktig at egenperioden er kort. For bevegelsene av en flytende plattform er det viktig at egenperioden er lang. Slike plattformer legger seg altså på motsatt side av resonansstoppen. Egenperiodene skal gjerne være lengre enn 25 sekunder, og dersom periodene er kortere er det viktig å dokumentere at dempingen er tilstrekkelig høy til å hindre at bevegelsene blir for store.

Egenperiodene for flytere er dels bestemt av forankringssystemet og delvis av flyterens form og masse. Formen spiller også en stor rolle for demping og for hvor store bølgekreftene vil bli. Dempingen av slike bevegelser er langt større enn for faste konstruksjoner.

Vindkrefter vil variere og kan ha i seg perioder i det samme området som egenperiodene for bevegelser. Resonans vid derfor kunne oppstå, men dempingen øker vesentlig med bevegelsens amplitude, noe som gjør at bevegelsene likevel blir akseptable.



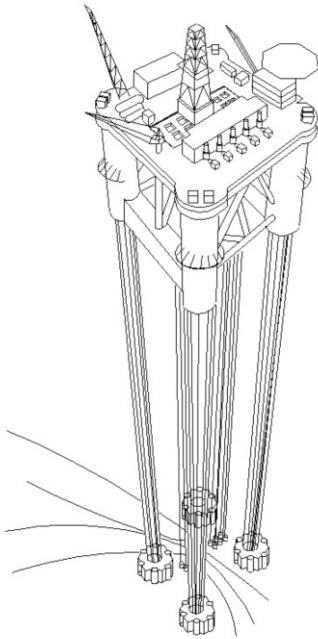


Figure 11 Tension leg platform

## Dynamikk for strekkstagplattformer

Strekstagplattformen er en spesiell plattformtype som benyttes på store dyp. På norsk sokkel har vi Snorre- og Heidrun-plattformene av denne typen. De to plattformene står på henholdsvis 350 og 345 meters vanddyb. Snorre er en stålplattform mens Heidrun er bygget i betong. Plattformen karakteriseres av at den har et overskudd av oppdrift og er forankret til havbunnen med vertikale strekkstag. Disse utbalanserer oppdriftsoverskuddet og er helt kritiske komponenter for å ivareta plattformens sikkerhet. Ryker et slikt stag vil det kunne bety katastrofe, noe som skjedde i den meksikanske golf under orkanen Rita i 2005. De norske plattformene er imidlertid konstruert etter andre regler enn de amerikanske, noe som gjør dem sikrere i forhold til en slik hendelse.

Dynamiske egenskaper er helt sentrale for design av denne plattformtypen. Bevegelsene i bølgenes retning (jaging) minner om en omvent pendelbevegelse. Kreftene i strekkstagene vil ikke øke ettersom stagen ikke tøyes, men holder plattformens bevegelser langs en sirkelbue. Egenperioden må følge de samme regler som for flytende plattformer. Her gjelder det altså å få perioden lang nok for å unngå resonans med bølgekreftene, noe som ikke byr på problemer når bare vanddypet er stort nok.

Vertikale bevegelser (hiv) fører til strekkøkning i stagen og må tilfredsstillende samme krav til egenperioden som vi kjenner for faste plattformer: Egenperioden må ikke bli særlig lengre enn 4 sekunder for å unngå skadelig resonans. Plattformens masse og egenskapene til strekkstagene bestemmer egenperioden. Dersom stagen blir lange vil deres stivhet bli redusert, og egenperioden vil øke med mindre stagenes tverrsnitt økes. Dette vil begrense bruken av denne plattformtypen på de virkelig store dypene. Magnolia-plattformen i den meksikanske golf står på 1450 meters vanddyb, noe som ser ut til å være det største dyp denne plattformtypen kan tåle.



# Slanke marine konstruksjoner

Slanke marine konstruksjoner omfatter stigerør, strekkstag, rørledninger under utlegging og i frie spenn og andre lignende konstruksjonselement. Det som karakteriseres disse er at de vil ha mange egenperioder som kan komme i resonans, og at det faktisk er umulig å unngå dette. Men store amplituder vil gi stor demping, noe som vil begrense svingningene. Kunnskap om dynamikk er imidlertid viktig for å kunne dimensjonere riktig, og for å kunne forsikre seg om at skadelig utmatting ikke vil forekomme.

Figurene viser typiske egenperioder og egensvingeformer for et borestigerør på 2000 meters vanddyb. Den lengste perioden er nesten 50 sekunder, men det vil være mange egenperioder i det samme området som der bølgekraftene virker. Hver egenperiode er koblet til en egensvingeform; den lengste perioden hører sammen med den svingeformen som har en halvbue over hele rørets lengde. Desto flere halvbuer svingeformen har desto kortere blir den tilhørende egenperioden.

Bølgekrafter vil virke direkte på rørene og dermed gi dynamisk respons. Men dersom det er tale om stigerør fra en flytende plattform og ned til havbunnen vil plattformens bevegelser også bidra til eksitasjon.

En tredje kilde til dynamisk respons i slanke marine konstruksjoner er krefter fra virvelavløsning som følger av havstrømmer. Dette er en spesiell responstype som er selvbegrensende – amplituden blir sjeldent større enn en diameter. Det spesielle med slike svingninger er at frekvensen øker når strømhastigheten øker slik at den svingeformen som oppstår også vil forandres. Spenningene vil normalt ikke bli store, men det kan likevel oppstå utmattingsskade. Alle stigerør på flytende produksjonsanlegg må derfor analyseres for å sjekke at de tilfredsstiller krav til utmatting. Et tiltak for å begrense utmattingsskade er å montere spiralformete spoilere på røret. Dette er imidlertid kostbart og man vil derfor gjerne unngå bruken av slike spoilere.

