

Transkripsjon av filmen «Å argumentere ved generisk eksempel»

Hei! Når man jobber med matematikk, kan man oppdage mange spennende sammenhenger. Kanskje har vi lagt merke til at hver gang vi har prøvd å legge sammen tre tall som kommer etter hverandre i tallrekka, så viser det seg at det er delelig med tre? Da kan man jo spørre seg vil det her alltid skje? Uansett hvor langt ut i tallrekka vi kommer?

Denne hypotesen, altså at summen av tre påfølgende tall er delelig med tre, er noe vi kan bevise. Og når vi skal bevise noe på barneskolen, kan vi bruke det vi kaller et generisk eksempel. Det vil si at vi tar utgangspunkt i et konkret eksempel, viser hvorfor hypotesen stemmer i det tilfellet, og så bruker vi det eksemplet for å si noe om hvorfor dette alltid vil stemme.

Så hvis vi går tilbake til påstanden vår, altså at summen av tre påfølgende tall er delelig på tre, må vi starte med å sjekke om det stemmer på et eksempel eller to, og så finne ut hvorfor det stemmer i eksemplet vårt. Vi kan ta utgangspunkt i summen tre pluss fire pluss fem. Til sammen er det tolv, og tolv, det kan deles på tre, så hypotesen, den stemmer i dette tilfellet. Men hvorfor?

For å finne ut av det, må vi se nærmere på hva det vil si at tre tall er påfølgende. Det kan vi gjøre for eksempel ved å bruke ei tegning eller klosser. Vi kan se for oss tallet tre som tre klosser stablet oppå hverandre. Tallet fire blir da fire klosser oppå hverandre og fem blir fem klosser oppå hverandre. Summen tre pluss fire pluss fem er da antallet klosser vi har til sammen, hvis vi teller alle klossene i de tre tårnene. Summen blir tolv, som vi vet er delelig med tre.

Men kan vi bruke klossene våre til å vise hvorfor? For hvis et tall er delelig med tre kan det deles i tre like grupper. Det kan vi jo få til hvis vi flytter én kloss fra femmertårnet over til treertårnet.

Men var dette spesielt for akkurat tre pluss fire pluss fem? Hvis det hadde vært tre andre påfølgende tall, kanskje seks pluss sju pluss åtte, eller 21 pluss 22 pluss 23, eller 1001, 1002 pluss 1003, Ville det samme skjedd da?

Hvis vi har tre tilfeldige påfølgende tall, kan vi alltid tenke på det som tre tårn med klosser. Og uansett hvor høye tårnene er, så vet vi at tårn nummer to vil være én kloss høyere enn det første tårnet, og det siste tårnet vil være én kloss høyere enn det igjen siden tallene er påfølgende. Da kan vi alltid, uansett hvor høye tårnene er, ta én kloss fra det høyeste tårnet og flytte til det laveste tårnet. Da får vi alltid tre tårn som er like høye, så summen av de tre tallene må altså være delelig med tre.

Her har vi brukt et eksempel, tre pluss fire pluss fem, sett på strukturen i eksempelet og argumentert for hvorfor hypotesen stemmer. Det har vi gjort ved å bruke klossene. Videre har vi brukt dette eksempelet til å vise at denne strukturen gjelder alle påfølgende tall. Da har vi brukt eksempelet generisk for å vise at summen av tre påfølgende tall alltid er delelig med tre.

