

Eksempel: forestilt samtale om antall faktorer

Læreren viser fram de tre elevarbeidene slik at klassen sammen kan orientere seg mot hverandres tenkning, med et mål om å ende med et generisk eksempel for hvorfor ethvert kvadrattall har et oddetalls antall faktorer.

1. Lærer: Her har vi fått frem tre ulike argumenter. Alma og Aron, kan dere forklare hvordan dere har tenkt?
 2. Alma: Vi startet med å velge et tall som ganget med seg selv blir 36. Så skrev vi opp andre gangestykker som også ble 36.
 3. Lærer: Okei, så dere fant ut hvilke andre faktorer som går opp i 36?
 4. Alma: Ja. 2×18 , 12×3 , 9×4 , 6×7 og 1×36 blir 36. Derfor blir 2, 18, 12, 3, 8, 4, 6, 7, 1 og 36 faktorer. Det er jo 10 faktorer til sammen, og 10 er jo et partall. Derfor blir det feil.
 5. Lærer: Dette var en fin strategi for å finne ut av hvor mange faktorer som går opp i 36. Forstår dere andre hvordan Alma og Aron har tenkt?
 6. Thomas: Ja, men det blir feil.
 7. Lærer: Hvorfor mener du at det blir feil?
 8. Thomas: Fordi 6×7 blir ikke 36. Hvis 6×6 er 36, så er 6×7 seks mer. Så det blir 42.
 9. Lærer: Ja, det stemmer. Så hva må vi gjøre for å rette opp dette da?
 10. Belma: Vi må ta vekk 6×7 .
 11. Lærer: Ja, så vi kan egentlig bare stryke 6×7 . Men hvor mange faktorer blir det da?
 12. Birk: 9, 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 og 36.
 13. Lærer: Ja. Er dere andre enige i dette?
 14. Calle: Ja, fordi 6×6 er også et regnestykke vi må ta med. Fordi det blir også 36.
 15. Lærer: Men hvorfor teller vi 6 bare én gang, når det trengs to 6-ere for å få 36?
 16. Thomas: To 6-ere er jo like. Vi skal jo finne forskjellige faktorer som gir kvadrattallet.
 17. Lærer: Ja, så da stemmer hypotesen hvis man tenker at faktorene må være ulike da. Er alle enige i dette?
- Flertallet nikker eller svarer ja.
18. Lærer: Så fint. Vi ser på et eksempel til Carmen og Calle, kan dere forklare oss hvordan dere tenkte?

19. Calle: Vi brukte ikke tallet 36, men 44. Også skrev vi opp regnestykker som ble 44 - akkurat samme som Alma og Aron. Men vi fikk 6 faktorer, som er partall.
20. Lærer: Dere fikk 6 faktorer. Kan dere si noe om hvorfor valgte dere tallet 44?
21. Carmen: Jo fordi vi skulle bruke et kvadrattall, og det er et tall som har to like siffer ... eller nei, Alma og Aron har ikke to like siffer. Hmm jeg vet ikke.
22. Lærer: Det stemmer at det har noe med to like tall å gjøre.
23. Calle: Åja, vi har tatt 4 og 4 som blir 44, men Alma og Aron har tatt $6 \times 6 = 36$! Betyr det at 44 ikke er et kvadrattall?

Læreren ser på resten av klassen og Carmen for å forsikre seg om at de er med på denne tanken.

24. Carmen: Nei, 4×4 er jo 16. Så vi skulle kanskje heller brukt det tallet?

Læreren nikker bekreftende.

25. Lærer: Ja, 16 er et kvadrattall. Og det stemmer at et kvadrattall skal kunne faktoriseres til to like tall.. Med tallet 44 fikk dere ikke et gangestykke til å gå opp i 44 med to like tall. Ser dere det?

Carmen og Calle nikker.

26. Lærer: Så da er ikke 44 et kvadrattall. Men Belma, dere har nevnt tallet 16. Kan ikke du forklare hvordan dere løste oppgaven?
27. Belma: Jo! Vi har skrevet ned kvadrattallene 4, 9, 16 og 25 og vist hvor mange faktorer hver av dem har. Og da så vi at det ble oddetall for alle.
28. Lærer: Ja, så dere mener at faktorene i 4 er 1, 2 og 4. Og at dette blir 3 faktorer til sammen?
29. Belma: Ja.
30. Lærer: Men dere har ikke skrevet opp alle regnestykkene, slik som de andre eksemplene. Kunne vi valgt ett av kvadrattallene og skrevet opp alle gangestykkene som gir det tallet? Så blir det kanskje litt enklere for andre å forstå hva som skjer?
31. Birk: Ja, da tar vi 16. 1×16 , 2×8 og 4×4 blir 16.

32. Lærer: Okei.

Læreren skriver opp dette på tavlen.

33. Lærer: Så hvis vi skulle brukt dette eksempelet som utgangspunkt. Hvordan kan vi argumentere for at at hypotesen til Thomas om at ethvert kvadrattall har et oddetalls antall faktorer alltid stemmer?

34. Aron: Hmm, jo fordi når vi har skrevet opp alle måtene vi kan få 16 på, er det bestandig 2 tall i hvert gangestykke.
35. Lærer: Det er to faktorer i hvert gangestykke. Blir det ikke da et partall antall faktorer?
36. Carmen: Nei. Et kvadrattall får man når man ganger to like tall, for eksempel 4×4 . Så da blir det bare én 4-er, ikke 2.
37. Lærer: Oppgaven vår er å finne hvor mange ulike faktorer som gir et kvadrattall, og 4×4 er jo to like faktorer. Derfor teller vi bare 4 én gang. Forsto dere hva jeg mente med det?

Elevene nikker.

38. Thomas: Ja. Derfor blir det alltid et oddetall!
39. Lærer: Hvordan vet du at det alltid blir et oddetall?
40. Thomas: Jo, fordi når vi skriver opp alle mulige gangestykker som blir 16, blir 1 og 16 et par og 2 og 8 et par. 4 skal bare telles én gang, og da blir den alene.
41. Lærer: For hva er et oddetall?
42. Birk: Et tall som ikke kan deles i par der det går opp. Det blir en igjen!
43. Lærer: Er dere med på den tanken?

Læreren markerer faktorene i de ulike regnestykkene som par, par og en til overs.

$$\text{Par} \quad 2 \times 8 = 16$$

$$\text{Par} \quad 1 \times 16 = 16$$

$$\text{Singel} \quad 4 \times 4 = 16$$

44. Lærer: 2 og 8 danner et par. 1 og 16 danner et annet par. *Peker*. Her er det to firere, og vi ble enige om at vi bare skal telle én fordi tallene er like. 4-eren har ingen andre faktorer den kan danne par med. Dermed blir antallet faktorer et oddetall. Hvordan kan man si at dette gjelder for alle kvadrattall? Noen som har forslag?
45. Thomas: Man kan jo si at alle kvadrattall består av to like faktorer, som vil telle som én faktor, mens de andre mulige kombinasjonene består av ulike tall. Og siden det blir to og to ulike tall, pluss én enslig, vil dette alltid bli et oddetall?
46. Lærer: Ja, det var en flott konklusjon!

Kommentarer til eksempler på forestilt samtale om antall faktorer

1. Linje 5-6:
Læreren fremhever strategien, og hun retter ikke feilen selv. Spør derimot andre elever om innspill.
2. Linje 14:
Her kommer noe viktig, om hva kvadrattall er. Og det er kvadrattall hypotesen handler om. Det er nok noe som bør fremheves i samtalen i og med at Carmen og Calle er usikre på definisjonen, ser det ut som. Det skjer ikke her i denne samtalen, men det skjer senere, når Aron og Alma skal fortelle om sitt arbeid.
3. Linje 15-16:
Det kan være at elever ikke forstår helt definisjon av en faktor, så bra at det avklares. Så, bruker her tid på det.
4. Linje 20-26:
Her igjen gir læreren mulighet til elevene å legge merke til feilen de har gjort. Samtidig legges det opp til en grundig diskusjon omkring definisjon av kvadrattall. Så langt i samtalen kan man si at læreren legger opp til at de sentrale begrepene i hypotesen diskuteres grundig. Det kan være viktig for diskusjonen videre, om hypotesen stemmer eller ikke.
5. Linje 26-33:
Her legger læreren opp til at argumentasjonen skal ta utgangspunkt i et konkret eksempel. Hun skriver på tavla eksempelet og de ulike måtene å faktorisere det på. Slikt legger hun opp til at elevene retter sin oppmerksomhet mot det gitte eksempelet.
6. Linje 34-43:
Her kommer nøkkeliteen frem på det gitte eksempelet. Det er en elev som kommer med ideen, og læreren bruker tid på å fremheve den: Det er flere utdypende spørsmål, ulike elever bringes inn og bidrar med viktige presiseringer i samtalen, nøkkeliteen fremheves på tavla også.
7. Linje 44-46:
Nøkkeliteen generaliseres her, men det kunne gjerne blitt brukt mer tid på det. F.eks. kunne læreren spurt flere elever om hva de synes, prøvd å skrive noe på tavla, sammenlignet med eksempelet som er blitt diskutert: hva ville blitt likt, hva ville (kanskje) vært forskjellig for andre kvadrattall.