

Institutt for samfunnsøkonomi

Eksamensoppgave i SØK1004 - Statistikk for økonomer

Faglig kontakt under eksamen: Per Tovmo

Tlf.: 73 55 02 59

Eksamensdato: 7. desember 2015

Eksamenstid (fra-til): 4 timer (09.00–13.00)

Sensurdato: 7. januar 2016

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: C /Flg formelsamling: Knut Sydsæter, Arne Strøm og Peter Berck (2006): Matematisk formelsamling for økonomer, 4utg. Gyldendal akademiske. Knut Sydsæter, Arne Strøm, og Peter Berck (2005): Economists' mathematical manual, Berlin.

Calculator Casio fx-82ES PLUS, Citizen SR-270x, SR-270X College eller HP 30S.

Eksamen består av 5 oppgaver med delspørsmål som alle skal besvares. Vekting ved sensur er gitt i parentes.

Målform/språk: Bokmål og nynorsk

Antall sider: 5 (inkl forside)

Antall sider vedlegg: 11(tabeller)

Oppgave 1 (10 %)

Anta at X er normalfordelt med middelvei $\mu = 15$ og varians $\sigma^2 = 25$. Finn:

- $P(X > 20)$
- $P(19 < X < 24)$
- $P(X < 10)$

Oppgave 2 (20 %)

Anta at sannsynligheten for at det blir jente i en vilkårlig fødsel er 0,5 og at kjønnet i forskjellige fødsler er uavhengige av hverandre. Vi er interessert i kjønnsfordelingen av barna i en vilkårlig familie som har tre barn. Definer utfallet xyz som kjønnet til de tre barna der x er kjønnet til den eldste, y til det nest eldste og z til det yngste barnet. For eksempel betyr utfallet JGJ at det eldste og yngste barnet er jenter, mens nest eldste er gutt.

- Skriv opp utfallsrommet.

Definer hendelsene:

A = Familien har to jenter og en gutt

B = Familien har minst to jenter

C = Det eldste barnet er en jente

- Finn $P(A)$, $P(B)$ og $P(C)$.
- Finn $P(B \cup C)$, $P(B \cap C)$ og $P(B|C)$.
- Om en tre-barns familie vet vi at de har minst to jenter. Hva er sannsynligheten for at det tredje barnet er en gutt? Vi vet ikke om det tredje barnet er født som nummer 1, 2 eller 3.
- Om en annen tre-barns familie vet vi at de to eldste barna er jenter. Hva er da sannsynligheten for at det tredje barnet er en gutt?

Oppgave 3 (25 %)

Levetiden i antall dager til en brødrister er normalfordelt med forventning 1000 og standardavvik 200.

- Finn sannsynligheten for at levetiden er mindre enn 880 dager.
- Finn sannsynligheten for at levetiden er mellom 880 og 1360 dager.
- Produsenten vil innføre en garanti som fungerer slik at dersom brødristeren har en levetid på mindre enn k dager så får du en ny brødrister. Produsenten ønsker at maksimalt 2 % av brødristerne skal omfattes av denne garantien. Bestem k .

Produsenten fant en svakhet ved en av komponentene i brødristeren og skiftet ut denne med en som påstås å ha lengre levetid. For et tilfeldig utvalg på 10 brødristerere viste deg seg at gjennomsnittlig levetid ble 1090,7 dager med et standardavvik på 120,8 dager.

- d) Sett opp en hypotese for å teste om levetiden har økt.
- e) Gjennomfør testen. Hva ble konklusjonen?

Oppgave 4 (20 %)

Et tilfeldig utvalg bestående av 12 jusstudenter viser seg å ha en gjennomsnittlig studietid per uke på 30 timer med et standardavvik lik 6,6 timer. For et tilfeldig utvalg av 15 økonomistudenter er gjennomsnittlig studietid per uke på 36 timer med standardavvik lik 5 timer. Studietid antas å være normalfordelt i begge de to populasjonene.

- a) Test om gjennomsnittlig studietid er forskjellig i de to populasjonene. Benytt 5 % signifikansnivå.
- b) Test om variansen i studietid er høyere for jusstudenter enn for økonomistudenter.

Oppgave 5 (25 %)

Vi skal studere sammenhengen mellom konsum av kylling per innbygger og prisen på kylling i USA.

La Y være konsum av kylling per innbygger i kilo og X er pris per kilo kylling.

Vi har data for konsum og pris for perioden 1960-1982, det vil si 23 år. Data gir som følger:

$$\bar{X} = 47,9957$$

$$\bar{Y} = 39,6697$$

$$\sum (X_i - \bar{X})^2 = 2719,03$$

$$\sum (Y_i - \bar{Y})^2 = 1195,93$$

$$\sum (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}) = -1514,667$$

- a) Test om korrelasjonen mellom konsum av kylling og pris er mindre enn null.
Anta at konsum av kylling avhenger av prisen og at denne sammenhengen er lineær:
 $Y_i = \alpha + \beta X_i + \varepsilon_i$, der ε_i er restleddet.
- b) Gi en tolkning av koeffisienten β .
- c) Bruk minste kvadraters metode (OLS) til å estimere koeffisientene α og β . Beregn også elastisiteten av konsum av kylling med hensyn på prisen. Tolk resultatene.
- d) Beregn modellens forklaringskraft.

Nynorsk

Oppgåve 1 (10 %)

Anta at X er normalfordelt med middelværdi $\mu = 15$ og varians $\sigma^2 = 25$. Finn:

- $P(X > 20)$
- $P(19 < X < 24)$
- $P(X < 10)$

Oppgåve 2 (20 %)

Anta at sannsynet for at det blir jente i ein vilkårleg fødsel er 0,5 og at kjønnet i ulike fødsler er uavhengige av kvarandre. Vi er interessert i kjønnsfordelinga av barna i ein vilkårleg familie som har tre barn. Definer utfallet xyz som kjønnet til de tre barna der x er kjønnet til den eldste, y til det nest eldste og z til det yngste barnet. Til dømes betyr utfallet JGJ at det eldste og yngste barnet er jenter, mens nest eldste er gut.

- Skriv opp utfallsrommet.

Definer hendelsene:

A = Familien har to jenter og ein gut

B = Familien har minst to jenter

C = Det eldste barnet er ei jente

- Finn $P(A)$, $P(B)$ og $P(C)$.
- Finn $P(B \cup C)$, $P(B \cap C)$ og $P(B|C)$.
- Om en tre-barns familie vet vi at dei har minst to jenter. Kva er sannsynet for at det tredje barnet er ein gut? Vi vet ikkje om det tredje barnet er født som nummer 1, 2 eller 3.
- Om ein annen tre-barns familie vet vi at de to eldste barna er jenter. Kva er da sannsynet for at det tredje barnet er ein gut?

Oppgåve 3 (25 %)

Levetida i antal dagar til ein brødristar er normalfordelt med forventning 1000 og standardavvik 200.

- Finn sannsynet for at levetida er mindre enn 880 dagar.
- Finn sannsynet for at levetida er mellom 880 og 1360 dagar.
- Produsenten vil innføre ein garanti som fungerer slik at dersom brødristaren har ei levetid på mindre enn k dagar så får du en ny brødristar. Produsenten ønsker at maksimalt 2 % av brødristarane skal omfattast av denne garantien. Bestem k .

Produsenten fant en svakhet ved ein av komponentane i brødristaren og skiftet ut denne med en som påstås å ha lengre levetid. For eit tilfeldig utval på 10 brødristarar viste deg seg at gjennomsnittlig levetid ble 1090,7 dagar med eit standardavvik på 120,8 dagar.

- d) Set opp en hypotese for å teste om levetida har auka.
- e) Gjennomfør testen. Kva ble konklusjonen?

Oppgåve 4 (20 %)

Eit tilfeldig utval bestående av 12 jusstudentar viser seg å ha en gjennomsnittleg studietid per veke på 30 timer med eit standardavvik lik 6,6 timer. For et tilfeldig utval av 15 økonomistudentar er gjennomsnittleg studietid per veke på 36 timer med standardavvik lik 5 timer. Studietid antas å være normalfordelt i begge populasjonane.

- a) Test om gjennomsnittleg studietid er ulik i dei to populasjonane. Benytt 5 % signifikansnivå.
- b) Test om variansen i studietid er høgare for jusstudentar enn for økonomistudentar.

Oppgåve 5 (25 %)

Vi skal studere sammenhengen mellom konsum av kylling per innbyggjar og prisen på kylling i USA.

La Y være konsum av kylling per innbyggjar i kilo og X er pris per kilo kylling.

Vi har data for konsum og pris for perioden 1960-1982, det vil si 23 år. Data gir som følger:

$$\bar{X} = 47,9957$$

$$\bar{Y} = 39,6697$$

$$\sum (X_i - \bar{X})^2 = 2719,03$$

$$\sum (Y_i - \bar{Y})^2 = 1195,93$$

$$\sum (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}) = -1514,667$$

- a) Test om korrelasjonen mellom konsum av kylling og pris er mindre enn null.

Anta at konsum av kylling avhenger av prisen og at denne sammenhengen er lineær:

$$Y_i = \alpha + \beta X_i + \varepsilon_i, \text{ der } \varepsilon_i \text{ er restleddet.}$$

- b) Gi en tolking av koeffisienten β .
- c) Bruk minste kvadraters metode (OLS) til å estimere koeffisientane α og β . Berekn også elastisiteten av konsum av kylling med hensyn på prisen. Tolk resultatene.
- d) Berekn modellen si forklaringskraft.