

Tekst på bokmål

Oppgave 1 (teller 25 %)

Løs følgende ubestemte integraler:

a) $\int (x + x^3 + x^5) dx$

b) $\int 1/x^4 dx$

c) $\int x^2 e^{-x} dx$

d) Finn arealet mellom x-aksen og kurven

$$y = (x - 3)^2 - 1$$

i intervallet fra $x = 0$ til $x = 6$

Oppgave 2 (teller 25 %)

- a) Finn $\mathbf{A+B}$, \mathbf{AB} , og determinantene til \mathbf{A} , \mathbf{B} og \mathbf{AB} når

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 7 & -1 \\ 4 & 4 \end{bmatrix} \quad \text{og} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2 & -6 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$$

- b) Finn determinanten, rangen og antall uavhengige kolonnevektorer til \mathbf{CD} når

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 5 \end{bmatrix} \quad \text{og} \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 & 3 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

- c) Finn egenverdiene og egenvektorene til \mathbf{A} når

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$$

Oppgave 3 (teller 25 %)

Løs følgende differensialligninger:

a) $\dot{x} + 2x = t$

b) $\dot{x} = -tx, t \geq 0, x \geq 1$ og $x(0) = 1$ ($x = 1$ for $t = 0$)

c) Finn likevektspunktet for følgende ligningssystem:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -2x + y + 1 \\ \dot{y} &= -x + 2y - 4\end{aligned}$$

Oppgave 4 (teller 25 %)

a) Finn stasjonærpunktet til $f(x,y,z)$ hvor

$$f(x,y,z) = 4x^2 - 2xy + 2xz + 4y^2 + 4z^2 + 10$$

Er stasjonærpunktet et maksimumspunkt, et minimumspunkt eller ingen av delene? Begrunn svaret

b) Løs optimaliseringsproblemet

$$\text{Minimer}_{x,y} 7 + 5(x-1)^2 + 2(y-3)^2$$

gitt

$$x \geq 2$$

$$y \geq 2$$